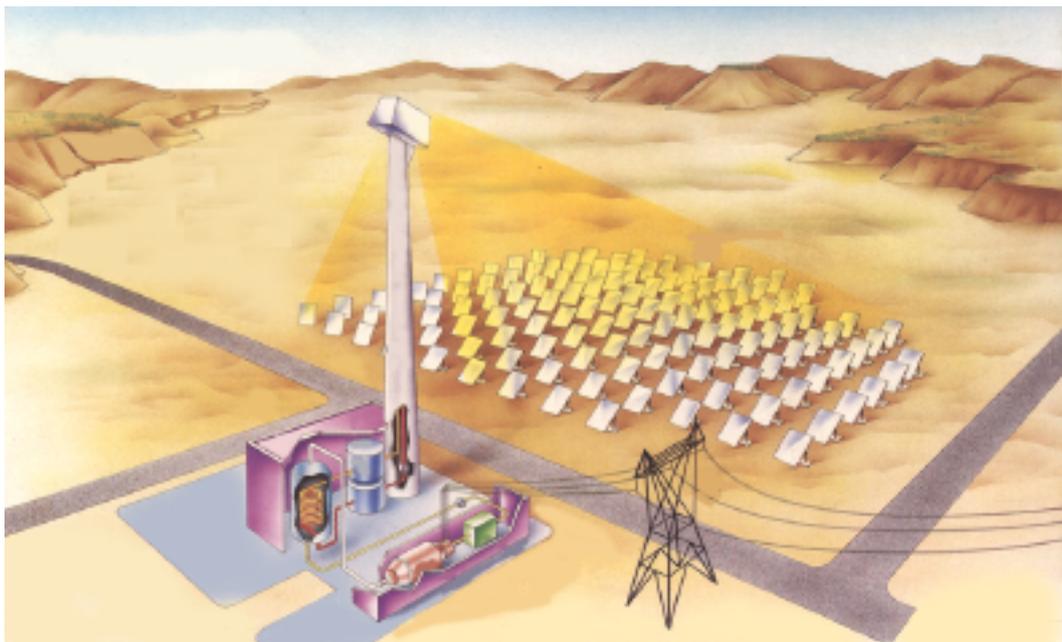


**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA  
ELECTRICA Y ENERGETICA**

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**PROCESOS TERMOSOLARES EN  
BAJA, MEDIA  
Y ALTA TEMPERATURA**



**Pedro Fernández Díez**

# I.- RADIACIÓN SOLAR EN LA SUPERFICIE TERRESTRE

## I.1.- LA CONSTANTE SOLAR

Desde el punto de vista energético, la masa solar que por segundo se irradia al espacio en forma de partículas de alta energía y de radiación electromagnética es aproximadamente de  $5,6 \cdot 10^{35}$  GeV y de ella, la Tierra recibe en el exterior de su atmósfera un total de  $1,73 \cdot 10^{14}$  kW, o sea  $1,353$  kW/m<sup>2</sup>, que se conoce como constante solar y cuyo valor fluctúa en un  $\pm 3\%$  debido a la variación periódica de la distancia entre la Tierra y el Sol.

La atmósfera y la superficie terrestre se encuentran a temperaturas medias distintas y, por lo tanto, también radian energía; así, la longitud de onda de la radiación solar está comprendida entre  $0,05 \mu\text{m}$  y  $4 \mu\text{m}$ , mientras que la radiación terrestre lo está entre  $3 \mu\text{m}$  y  $80 \mu\text{m}$ , es decir, se trata de emisiones de onda larga.

Los  $1,73 \cdot 10^{14}$  kW de energía solar que inciden sobre la Tierra, se reparten en la siguiente forma,

*Energía solar reflejada por la atmósfera hacia el espacio exterior, 30%,  $0,52 \cdot 10^{14}$  kW*

*Energía solar que se utiliza en calentar la atmósfera, 47%,  $0,80 \cdot 10^{14}$  kW*

*Energía solar que se utiliza en la evaporación de los océanos, 23%,  $0,40 \cdot 10^{14}$  kW*

*Energía solar que se utiliza en generar perturbaciones atmosféricas, como el viento, (energía mecánica),  $0,0037 \cdot 10^{14}$  kW*

*Energía solar utilizada en la fotosíntesis,  $0,0004 \cdot 10^{14}$  kW.*

De todo lo anterior, sólo el 47% de la energía solar incidente alcanza la superficie terrestre, de forma que el 31% lo hace directamente y el otro 16% después de ser difundida por el polvo, vapor de agua y moléculas de aire. El 53% de la energía restante no alcanza la superficie de la Tierra, ya que un 2% es absorbida por la estratosfera, principalmente por el ozono, el 15% por la troposfera, (agua, ozono y nubes), en total,  $2 + 15 = 17\%$  y por otra parte, un 23% es reflejada por las nubes, un 7% es reflejada por el suelo y el 6% restante corresponde a aquella energía difundida por la atmósfera que se dirige hacia el cielo, Figs I.1.2.

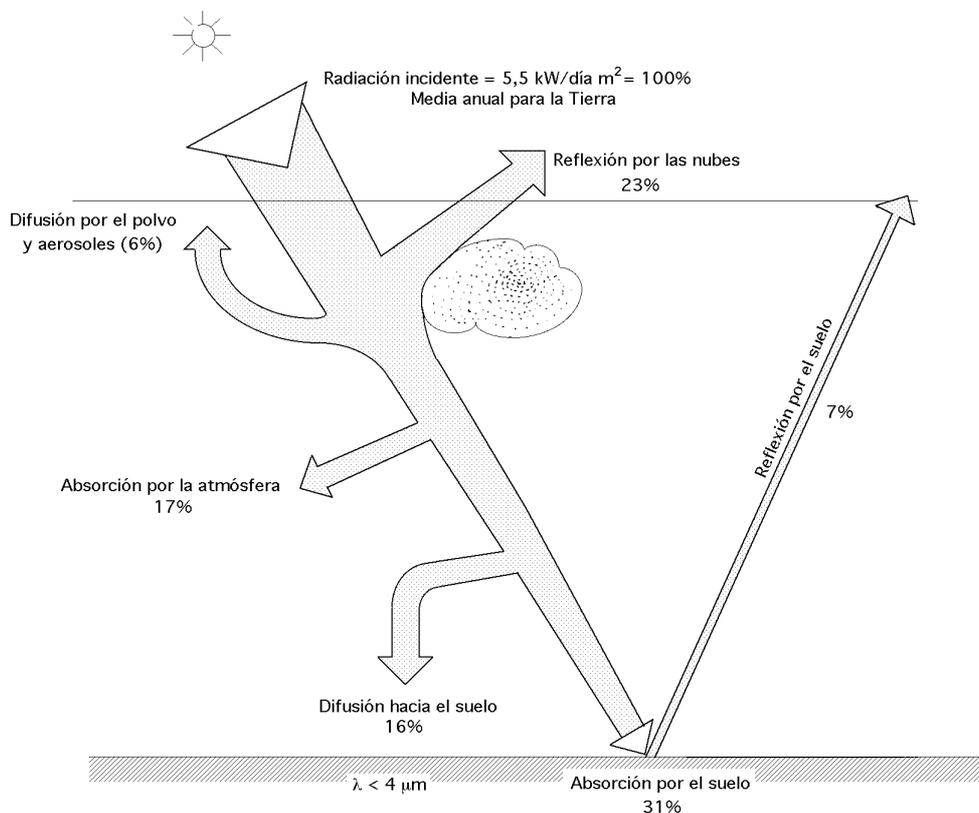


Fig I.1.- Balance de radiación solar

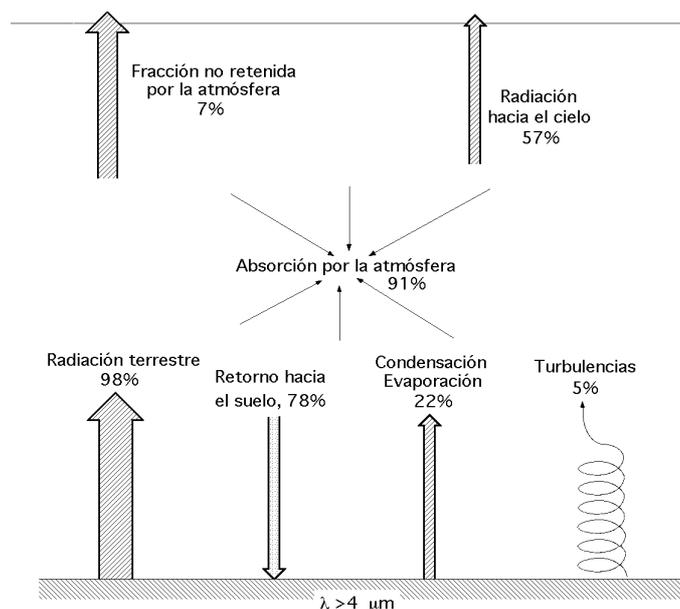


Fig I.2.- Balance de radiación terrestre

## I.2.- DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN SOLAR EXTRATERRESTRE

El Sol se puede considerar como un gigantesco reactor de fusión nuclear, constituido por diferentes gases que se encuentran retenidos en el mismo por fuerzas gravitatorias. La energía en forma de radiación electromagnética, resultado de las reacciones de fusión que tienen lugar en él, fundamentalmente en el núcleo, debe ser transferida a la superficie exterior para, desde allí, ser radiada al espacio; en este proceso de transferencia aparecen fenómenos convectivos y radiativos, así como sucesivas capas de

gases, dando lugar a un espectro de emisión continuo.

A pesar de la compleja estructura del Sol, para las aplicaciones de los procesos térmicos derivados del mismo, se puede adoptar un modelo mucho más simplificado. Así, se puede considerar al Sol como un cuerpo negro que radía energía a la temperatura de  $5.762^{\circ}\text{K}$ , ya que la distribución de energía para cada longitud de onda aprovechable por los procesos térmicos y fototérmicos, es básicamente la misma que la de dicho cuerpo negro. Para otros procesos que dependen de la longitud de onda y en los que, la distribución espectral es un factor importante, por ejemplo en los procesos fotovoltaicos o fotoquímicos, pueden resultar necesarias consideraciones más detalladas.

La Tierra, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica, de escasa excentricidad, de forma que la distancia entre el Sol y la Tierra varía aproximadamente un  $\pm 3\%$ .

*La distancia media Tierra-Sol es,  $d = 149$  millones de Km*

*En el solsticio de verano, la Tierra está alejada una distancia del Sol máxima,  $d_{\text{máx}} = 1,017 d$*

*En el solsticio de invierno, la Tierra se halla a la distancia mínima del Sol,  $d_{\text{mín}} = 0,983 d$*

Con estos datos, un observador terrestre situado sobre un círculo en el cual el Sol ocupase el centro, vería a éste bajo un ángulo de 32 minutos.

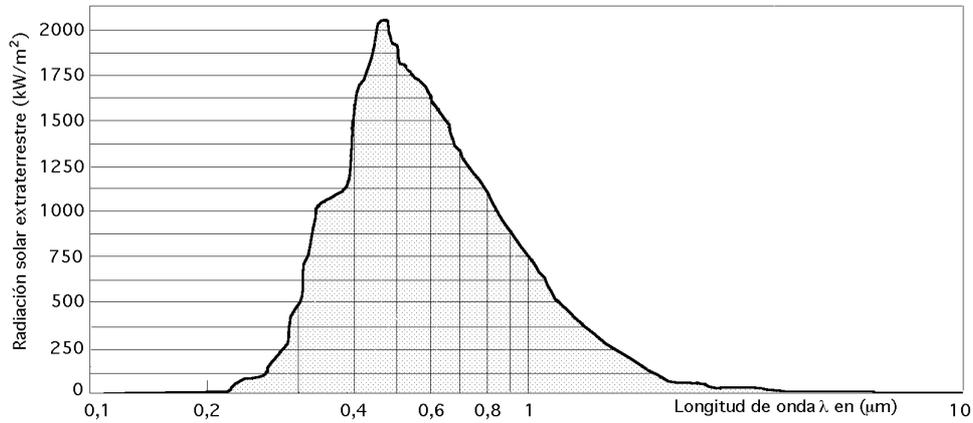
La radiación emitida por el Sol y las relaciones espaciales con la Tierra, conducen al concepto de intensidad de radiación en el límite exterior de la atmósfera; su valor es prácticamente constante y se conoce como constante solar, definiéndose como la energía solar por unidad de tiempo recibida sobre una superficie perpendicular a la radiación, de área unidad. Esta radiación al atravesar la atmósfera, es parcialmente absorbida y difundida por ciertos componentes de la misma; en las últimas décadas, al disponer de satélites artificiales, se han podido realizar mediciones directas de la intensidad solar, libres de la influencia de la atmósfera terrestre, habiéndose dado un valor standard de la misma  $I_{0(\text{ext})}$  propuesto por Thekaekara y Drummond en 1979, Fig I.3.

Resulta importante conocer la distribución espectral de la radiación solar, ya que la interacción de la misma con los distintos medios materiales va a ser función de la longitud de onda de la radiación incidente. En la Fig I.3 se puede observar el espectro de la radiación extraterrestre correspondiente a la distribución de energía que llegaría a la Tierra en ausencia de atmósfera.

La curva standard de la distribución espectral de la radiación extraterrestre, está basada en medidas hechas en el espacio exterior a gran altitud, en la que el promedio de energía para una anchura de banda de longitud de onda media  $\lambda$  y la energía integrada para longitudes de onda inferiores a  $\lambda$  vienen dadas en la Tabla I.1 (Thekaekara). En ella  $E_{\lambda}$  es el promedio de radiación solar comprendido sobre una pequeña banda del espectro centrada en la longitud de onda  $\lambda$ ,  $\text{W/cm}^2\mu\text{m}$ ,  $\% \lambda$  es el % de la constante solar asociada a longitudes de onda menores que  $\lambda$ .

Si a partir de estos valores se quiere calcular la fracción de la radiación solar extraterrestre y la magnitud de dicha radiación en el ultravioleta ( $\lambda < 0,38 \mu\text{m}$ ), visible ( $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,78 \mu\text{m}$ ), e infrarrojo, ( $\lambda > 0,78 \mu\text{m}$ ), obtendremos los valores de  $\% \lambda$  correspondientes a las longitudes de onda de  $0,38 \mu\text{m}$  y  $0,78 \mu\text{m}$ , a partir de los cuales podremos determinar la energía de la banda para,  $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2$ .

La radiación emitida desde el núcleo del Sol está localizada en la zona del espectro de rayos gamma y rayos X, aumentando la longitud de onda a medida que la temperatura desciende al alejarnos del núcleo solar.



$$I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2 \text{ ó } 1164 \text{ Kcal/h.m}^2 ; \text{ en } \mu\text{m}$$

Fig I.3.- Curva standard de la radiación solar extraterrestre

Tabla I.1.- Radiación solar extraterrestre.- Cte Solar:  $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2$

0,115	0,007	0,0001	0,43	1639	12,47	0,9	891	63,37
0,14	0,03	0,0005	0,44	1810	13,73	1	748	69,49
0,16	0,23	0,0006	0,45	2006	15,14	1,2	485	78,4
0,18	1,25	0,0016	0,46	2066	16,65	1,4	337	84,33
0,2	10,7	0,0081	0,47	2033	18,17	1,6	245	88,61
0,22	57,5	0,05	0,48	2074	19,68	1,8	159	91,59
0,23	66,7	0,1	0,49	1950	21,15	2	103	93,49
0,24	68	0,14	0,5	1942	22,6	2,2	79	94,83
0,25	70,9	0,19	0,51	1882	24,01	2,4	62	95,86
0,26	130	0,27	0,52	1833	25,38	2,6	48	96,67
0,27	232	0,41	0,53	1842	26,74	2,8	39	97,31
0,28	222	0,56	0,54	1783	28,08	3	31	97,83
0,29	482	0,81	0,55	1725	29,38	3,2	22,6	98,22
0,3	514	1,21	0,56	1695	30,65	3,4	16,6	98,5
0,31	689	1,66	0,57	1712	31,91	3,6	13,5	98,72
0,32	830	2,22	0,58	1715	33,18	3,8	11,1	98,91
0,33	1059	2,93	0,59	1700	34,44	4	9,5	99,06
0,34	1074	3,72	0,6	1666	35,68	4,5	5,9	99,34
0,35	1093	4,52	0,62	1602	38,1	5	3,8	99,51
0,36	1068	5,32	0,64	1544	40,42	6	1,8	99,72
0,37	1181	6,15	0,66	1486	42,66	7	1	99,82
0,38	1120	7	0,68	1427	44,81	8	0,59	99,88
0,39	1098	7,82	0,7	1369	46,88	10	0,24	99,94
0,4	1429	8,73	0,72	1314	48,86	15	0,048	99,98
0,41	1751	9,92	0,75	1235	51,69	20	0,015	99,99
0,42	1747	11,22	0,8	1109	56,02	50	0,00039	100

$E$  es el promedio de radiación solar, centrada en la longitud de onda  $\lambda$ , en  $\text{W/cm}^2\mu\text{m}$   
es el porcentaje de la constante solar asociada con longitudes de onda inferiores a  $\lambda$ . Thekaekara,1974}

Tabla I.2

Banda de longitud de onda ( $\mu\text{m}$ )	0 a 0,38	0,38 a 0,78	0,78 a
Fracción de la banda	0,07	0,4729	0,4571
Energía de la banda ( $\text{W/m}^2$ )	94,7	639,8	618,4

El estudio detallado de este espectro indica que el 7% de la energía,  $95 \text{ W/m}^2$ , corresponde al intervalo de longitudes de onda inferiores a  $0,038 \mu\text{m}$ , el 47,3%,  $640 \text{ W/m}^2$ , a longitudes de onda comprendidas entre  $0,38$  y  $0,78 \mu\text{m}$  y el 45,71% restante a longitudes de onda superiores a  $0,78 \mu\text{m}$ , a partir de los cuales podremos determinar la energía de la banda para  $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2$ .

### I.3.- INSTRUMENTACIÓN PARA LA OBSERVACIÓN DEL FLUJO SOLAR

Los aparatos utilizados en la medición de la radiación solar, se descomponen en tres tipos principales, según sea la medida a realizar; a continuación se describen algunos de ellos.

**HELIÓGRAFOS.-** Los heliógrafos sirven para medir la duración de la luz solar, que se puede definir como el intervalo de tiempo durante el cual se ve el disco solar y determinan los períodos del día durante los cuales la intensidad de la radiación directa es superior a un cierto umbral, que está reconocido a nivel mundial y vale  $120 \text{ W/m}^2$ .

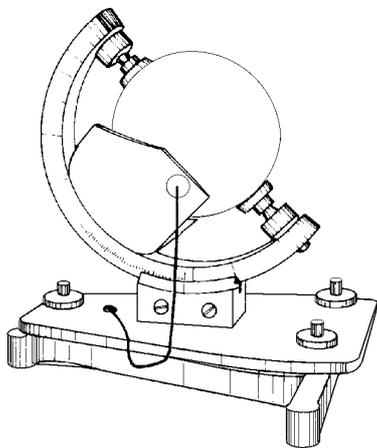


Fig I.4.- Heliógrafo de Campbell-Stokes

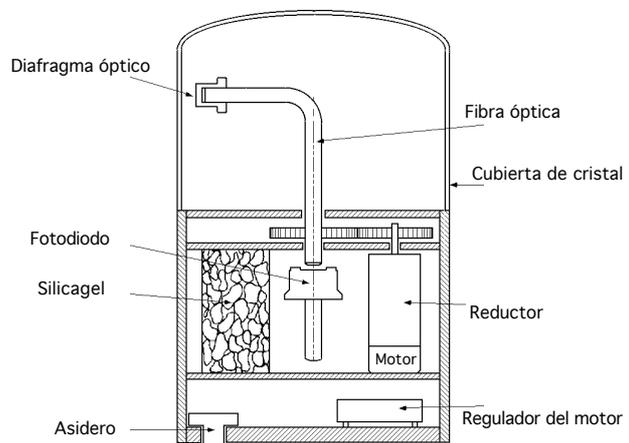


Fig I.5.- Heliógrafo de Denis-Jordan

El intervalo de tiempo transcurrido entre la salida y la puesta de Sol, define el máximo tiempo de radiación solar diaria posible, para un día concreto del año y para un lugar determinado.

Los heliógrafos no comienzan a registrar la radiación solar hasta que la radiación directa es superior a un cierto valor, variable de un tipo de aparato a otro. El registrador de referencia intermedio de luz solar (IRSR) tiene un mínimo de intensidad de  $210 \text{ W/m}^2$ , equivalente a  $1/5$  de la máxima posible; debido a las variaciones entre los instrumentos, este umbral puede oscilar entre  $7$  y  $28 \mu\text{W/cm}^2$ .

Entre los heliógrafos más utilizados podemos destacar los de Campbell-Stokes y Denis-Jordan.

En el Campbell-Stokes, Fig I.4, la radiación directa se concentra con ayuda de una lente esférica sobre un papel coloreado de textura definida; enseguida se produce una quemadura o una decoloración del papel indicando que la radiación directa es más o menos intensa, siendo la longitud de la misma proporcional a la duración de la radiación solar, efectuándose su examen bajo normas muy estrictas. El proceso es manual.

El heliógrafo de Denis-Jordan, Fig I.5, está constituido por una fibra óptica acodada  $90^\circ$ , accionada por un motor de corriente continua, girando a razón de una vuelta por cada  $1/100$  de hora. La extremidad de la fibra óptica recibe la radiación solar a través de un diafragma y una célula fotoeléctrica situada en el otro extremo de la fibra produce una señal cuya magnitud es proporcional a la intensidad de la radiación.

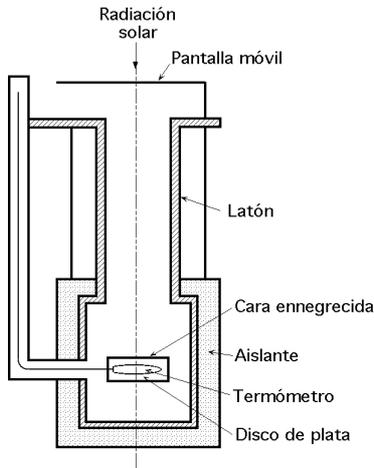


Fig I.6

Pirheliómetro de disco de plata de Abbot

**PIRHELIÓMETROS.-** Los pirheliómetros sirven para medir la radiación solar directa. Tienen una abertura colimada y una cara de recepción que debe permanecer siempre normal a los rayos solares. El pirheliómetro recibe energía sólo del disco solar y de un estrecho anillo de cielo contiguo, a través de un tubo largo; este aparato está dotado de un dispositivo automático de seguimiento del Sol. El error provocado por una abertura excesiva, aumenta en proporción a la cantidad de radiación del cielo admitida.

El pirheliómetro de disco de plata de Abbot, Fig I.6, permite deducir la intensidad de la radiación directa a partir de lecturas termométricas sucesivas, abriendo y cerrando alternativamente la entrada del aparato, estando sometido a unas normas muy estrictas, ya que el tiempo de exposición tiene que ser muy preciso.

Consiste en un disco de plata ennegrecida por una de sus caras, con un agujero ciego en el que se inserta un termómetro aislado por un manguito de madera. El disco está situado en el fondo de un tubo de latón que se puede obturar con ayuda de una pantalla móvil situada en el otro extremo; de esta forma se puede exponer el disco durante un tiempo determinado a la radiación solar, actuando el aislante como elemento refrigerante. El ángulo de abertura es de  $5,7^\circ$ .

**PIRANÓMETROS.-** Los piranómetros sirven para medir la radiación global, directa y difusa, que se recibe en todas direcciones, por lo que el instrumento tiene que descansar sobre una base horizontal. La banda de frecuencias medida por el piranómetro está comprendida entre  $0,3 \mu\text{m}$  y  $3 \mu\text{m}$ ; si está protegido de la radiación directa por un anillo protector desvanecedor, entonces mide sólo la radiación difusa.

Los piranómetros más usuales se basan en la detección de la diferencia de temperaturas entre una superficie negra y una superficie blanca mediante termopilas o células fotoeléctricas, que deben estar protegidas del viento y compensadas para cambios de temperatura ambientales, mediante una doble semiesfera de vidrio, para suprimir los fenómenos de convección. Mediante un nivel se consigue la horizontalidad del aparato. El piranómetro de Kipp y Zonen, Fig I.7, está constituido por una termopila contenida en una caja metálica cerrada en su parte superior por dos hemisferas de cristal de 3 a 5 cm de diámetro y 2 mm de espesor.

La caja está fijada sobre un zócalo metálico y la pila está protegida de la radiación difundida por el suelo por una gran corona blanca horizontal circular que actúa también como pantalla térmica.

La termopila está formada por una serie de 14 termopares, láminas planas de 10 mm de longitud, 1 de anchura y  $5 \mu\text{m}$  de espesor, dispuestas en un plano horizontal, en el que las extremidades están soldadas a unas barras de cobre verticales solidarias a una placa de latón maciza.

El conjunto está protegido por un barniz negro mate especial que absorbe la radiación.

El calor emitido al nivel de la superficie negra es evacuado en parte por conducción y el resto por radiación y convección. El flujo térmico por conducción se transmite a la masa de la termopila que es buena conductora; por el contrario, las láminas son débilmente conductoras, por lo que aparece una diferencia de temperatura del orden de  $20^\circ\text{C}$  entre la línea mediana y las extremas y, por consiguiente, una diferencia de potencial del orden de  $500 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . El aparato se calibra comparándole con otro ya calibrado que indica el valor  $I_{\text{dir}}$  de la radiación directa.

El piranómetro facilita el valor de la radiación global  $I_{\text{T(h)}}$ .

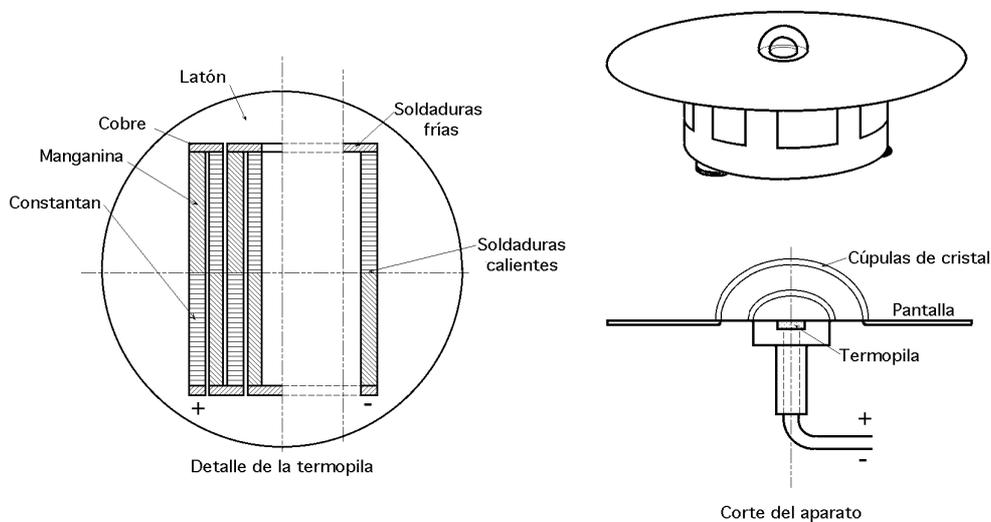


Fig I.7.- Piranómetro de Kipp

La radiación global que incide sobre una superficie horizontal es:

$$I_{T(h)} = I_{dif(h)} + I_{0(h)} \cos s$$

La radiación directa se elimina poniendo el aparato a la sombra, con ayuda de una pantalla, para que la superficie sensible del piranómetro capte sólo la radiación difusa.

**ALBEDÓMETRO.-** Para medir la radiación difusa, o radiación del cielo, se adapta al piranómetro una pantalla destinada a ocultar la radiación solar directa sin esconder, sin embargo, una parte importante del cielo. Se puede utilizar un disco móvil dotado de un movimiento ecuatorial, en el que la sombra se proyecta permanentemente sobre la superficie sensible del piranómetro, o también se puede adaptar una banda parasol que se desplaza manualmente a lo largo del año. Se necesita una corrección para tener en cuenta la radiación difusa interceptada, Fig I.8.

**PIRRADIÓMETRO DIFERENCIAL O BILANMETRO.-** Estos aparatos, muy delicados, miden la diferencia entre las radiaciones dirigidas hacia el suelo y hacia el espacio y permiten establecer dos balances radiativos. Poseen una doble superficie sensible, una vuelta hacia arriba y la otra hacia abajo.

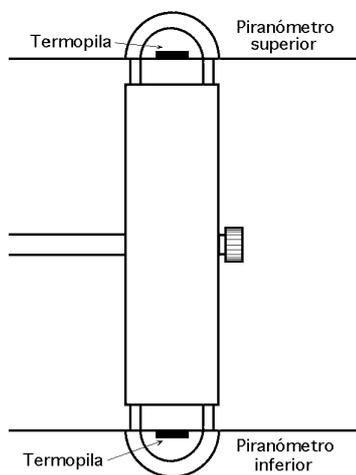


Fig I.8.- Albedómetro

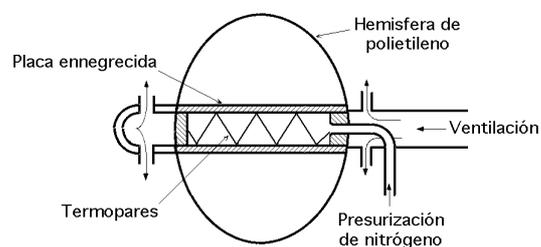


Fig I.9.- Bilanmetro ventilado de Gier y Dunkle

Están destinados a medir radiaciones de longitud de onda comprendidas entre  $0,3 \mu\text{m}$  y  $100 \mu\text{m}$ , mediante detectores térmicos (termopilas de doble cara) protegidos por una cúpula de polietileno especial, transparente hasta  $15 \mu\text{m}$  y barridos por una corriente de nitrógeno para evitar las condensaciones que falsearían las medidas a causa de la absorción de radiación infrarroja por el agua, Fig I.9.

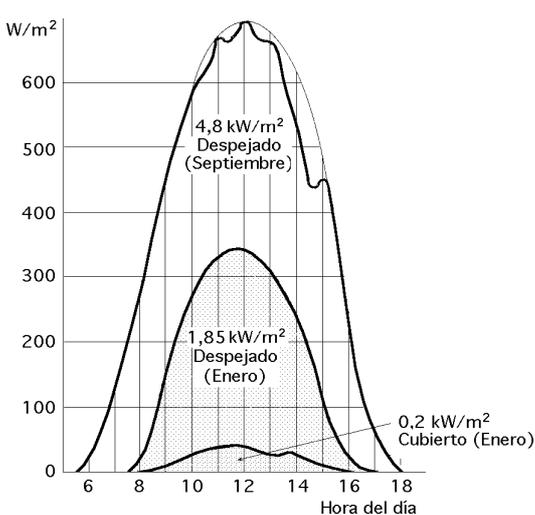


Fig I.10.- Medidas piranométricas

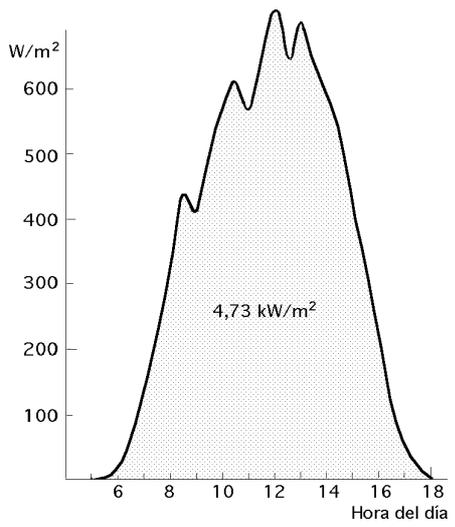


Fig I.11.- Medidas piranométricas en un día soleado en septiembre, con pasos de nubes

**I.4.- CONCEPTO DE MASA ATMOSFÉRICA**

La radiación procedente del Sol que llega a la superficie terrestre tiene que atravesar la capa atmosférica que envuelve la Tierra, cuyo espesor aproximado es de unos 9 Km en condiciones normales, contados desde el nivel del mar hasta el nivel más alto de la vertical de la misma. Dicha radiación es difundida y absorbida, cuando no reflejada, por las moléculas gaseosas en suspensión dentro de la atmósfera, tanto más, cuanto mayor sea el número de partículas en suspensión.

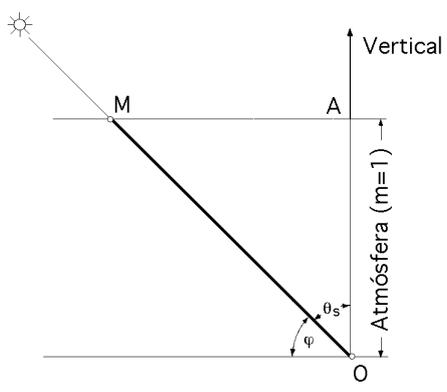


Fig I.12.- Masa de aire atmosférico

No obstante hay una cierta cantidad de radiación solar que no ha encontrado obstáculo y ésta es la **radiación directa** que llega del Sol, es decir, la radiación solar recibida desde el Sol sin cambio de dirección. La **radiación difusa** se define como la radiación solar recibida desde el Sol después de que la reflexión y la difusión por la atmósfera hayan modificado su dirección. El camino óptico recorrido por la radiación solar es diferente según sea la altura cenital del Sol y ello conduce a la introducción del concepto de masa de aire *m*, o **masa atmosférica** atravesada por la radiación.

Se considera el paso vertical a través de la atmósfera a nivel del mar como  $m=1$ , es decir, Sol en la vertical del lugar y como la presión media a nivel del mar es de 760 mm de mercurio, el valor de la masa de aire atmosférico vale, siendo  $p$  la presión atmosférica del lugar:

$$m = \frac{p}{760}$$

Si la presión  $p$  del medio es diferente de 760 mm de mercurio se multiplica la masa atmosférica

por  $\frac{p}{750}$  ; para una dirección de la radiación solar directa que forme un ángulo con la horizontal, el camino (OM) recorrido por la misma en función de la presión atmosférica  $p$  es:

$$OM = \frac{OA}{\text{sen}} = \frac{p}{760 \text{ sen}}$$

Tabla I.3.- Determinación de la masa atmosférica en función de la altura aparente del Sol para una presión de 760 mm de Hg

Ángulo	Masa atmosférica $m = \frac{1}{\text{sen}}$	Masa verdadera
90	1	1
80	1,02	1,015
70	1,06	1,064
60	1,16	1,154
50	1,31	1,304
40	1,56	1,553
30	2	1,995
20	2,92	2,904
15	3,86	3,816
12	4,81	4,716
10	5,76	5,6
6	9,57	8,9

En la Tabla I.3 se muestra el valor del camino recorrido obtenido a partir de la fórmula y el camino real, en donde se han tenido en cuenta la curvatura de la Tierra y la refracción de los rayos solares al atravesar la atmósfera.

### I.5.- ATENUACIÓN DE LA RADIACIÓN DIRECTA

La radiación incidente normal recibida del Sol, sobre la superficie terrestre, está sujeta a variaciones debidas fundamentalmente a:

- a) Variaciones de la distancia Tierra-Sol.
- b) Variaciones de la difusión, debidas a las moléculas de aire, vapor de agua y polvo.
- c) Variaciones en la absorción atmosférica por el  $O_3$ ,  $H_2O$  y el  $CO_2$

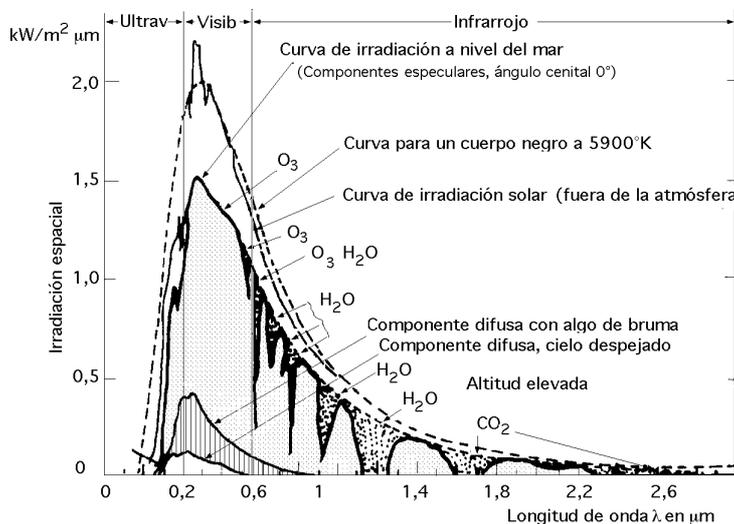


Fig I.13.- Distribución espectral de la radiación solar

La radiación solar normal incidente en la atmósfera terrestre tiene la distribución espectral indicada en la Fig I.13. Los rayos X y otras radiaciones de onda corta del espectro solar, son absorbidos en gran proporción en la ionosfera por el N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> y otros componentes atmosféricos. La mayor parte del ultravioleta queda absorbido por el O<sub>3</sub>.

Para longitudes de onda superiores a 2,5 μm se produce la radiación terrestre y una fuerte absorción por el CO<sub>2</sub> y el H<sub>2</sub>O de la atmósfera, por lo que al suelo llega muy poca energía.

En consecuencia, y desde el punto de vista de las aplicaciones terrestres de la energía solar, solamente interesan las radiaciones comprendidas en las longitudes de onda de 0,29 μm hasta 2,5 μm, que son las que a su paso a través de la atmósfera van a sufrir las variaciones debidas a la difusión y a la absorción.

**DIFUSIÓN.-** Las moléculas de aire son muy pequeñas, en comparación con las longitudes de onda de la radiación más significativas en el espectro de la energía solar. La difusión de ésta radiación por las moléculas del aire se puede estudiar por la teoría de Rayleigh, según la cual, el coeficiente de difusión varía aproximadamente como la inversa de la cuarta potencia de la longitud de onda de la radiación  $\lambda^{-4}$ ; ésto se ha verificado experimentalmente y a partir de los datos obtenidos se ha propuesto como factor de transmisión monocromática asociado a la difusión atmosférica, el dado por la expresión:

$$F_{\text{(moléculas aire)}} = 10^{-0,00389 \lambda^{-4}}$$

en la que  $\lambda$  viene dada en micras,  $m = 1$ , y la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio.

La difusión por partículas de polvo, que por supuesto tienen un tamaño mucho mayor que las moléculas que componen el aire y que además varían de tamaño y concentración según el lugar, la altura y el momento, es mucho más difícil de determinar. Moon desarrolló un factor de transmisión similar al utilizado para las moléculas de aire, de la forma:

$$F_{\text{(polvo)}} = 10^{-0,0353 \bar{m}^{-0,75}}$$

en la que ( $\bar{m} = 1$ ) siendo el término medio de la concentración de partículas de polvo de 800 por cm<sup>3</sup> a nivel del suelo.

La difusión debida al vapor de agua contenido en la atmósfera, con el Sol en su cenit y con una presión de saturación (presión parcial promediada del vapor de agua en la atmósfera) de 26 mbars, se representa en la forma:

$$F_{\text{(vapor de agua)}} = 10^{-0,0075 p^{-2}}$$

por lo que el efecto total de la difusión sobre la radiación se puede expresar aproximadamente por:

$$F_{\text{total}} = \left\{ F_{\text{(moléculas aire)}} \frac{p}{760} F_{\text{(polvo)}} \frac{r}{800} F_{\text{(vapor de agua)}} \frac{w}{26} \right\}^m$$

siendo:

$F_{\text{total}}$  es la transmitancia atmosférica monocromática para la radiación directa

$p$  es la presión total de la atmósfera en mm de mercurio

$r$  es la concentración de partículas de polvo, a nivel del suelo, (partículas por cm<sup>3</sup>)

$w$  es la cantidad de agua precipitable en la atmósfera, por encima del lugar de observación, en mm de Hg  
 $m$  es la masa de aire

La difusión molecular, en la práctica, sólo es función de la presión atmosférica a nivel del suelo y de la posición del Sol, valores que se pueden medir y calcular, midiéndose el coeficiente de turbidez con un pirheliómetro.

**ABSORCIÓN.**- La absorción de la radiación solar a su paso por la atmósfera terrestre es debida fundamentalmente al ozono en el ultravioleta ( $\lambda < 0,3 \mu\text{m}$ ) y un poco para ( $0,5 < \lambda < 0,6 \mu\text{m}$ ) y al vapor de agua confinado en las capas bajas de la atmósfera en la banda del infrarrojo ( $\lambda > 0,7 \mu\text{m}$ ); más allá de  $2,3 \mu\text{m}$  la transmisión a través de la atmósfera es muy baja, debido a la absorción por el  $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{CO}_2$ , por lo que en el espectro de energía solar extraterrestre, la energía es inferior al 5% de la total del espectro solar, siendo pequeña la energía recibida a nivel del suelo.

Las transmitancias por absorción se deben combinar de la misma manera que por difusión y la transmitancia monocromática resultante para la radiación directa se puede escribir como:

$$F = F_{(s)} F_{(abs)} = F_{(s)} F_{(abs. \text{ ozono})} F_{(abs. \text{ vapor de agua})}$$

haciendo notar que, por lo menos, uno de los factores de absorción, bien el del ozono o el del vapor de agua, es la unidad, puesto que las bandas de absorción correspondientes al  $\text{O}_3$  y  $\text{H}_2\text{O}$  no solapan entre sí.

Un modelo presentado por Unsworth y Monteith que se ha examinado y comprobado en diferentes lugares de Inglaterra y del Sudán, contempla un *coeficiente de turbidez* mediante el cual se pueden relacionar la irradiancia solar normal directa  $I_{s0}$  con la irradiancia normal directa en el aire limpio  $I_0$  (o flujo solar entrante en la atmósfera), mediante la ecuación:

$$I_{s0} = I_0 e^{-k m}$$

siendo  $I_0$  la irradiancia normal de la radiación solar para una atmósfera limpia que contiene  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_3$  y  $\text{H}_2\text{O}$ , como elementos que absorben y emiten radiación.

La relación  $\frac{I_{s0}}{I_0}$  representa la fracción de la potencia transmitida.

La fracción extinguida  $s$  que es absorbida por la atmósfera es,  $s = \frac{I_0 - I_{s0}}{I_0}$

## I.6.- CARACTERISTICAS DE LA RADIACIÓN DIRECTA

**MOVIMIENTO DE LA TIERRA.**- El movimiento de la Tierra alrededor del Sol se llama traslación y lo hace describiendo una órbita elíptica de muy poca excentricidad llamada Eclíptica, estando el Sol situado en uno de sus focos. La duración del recorrido es de 365 días, 5 horas y 48 minutos a una velocidad de 108.000 Km/hora, aproximadamente. Esta órbita está inclinada con respecto al plano del Ecuador un ángulo de  $23^\circ 45'$  y ello hace que sobre un punto determinado de la Tierra los rayos del Sol caigan unas veces más perpendicularmente que en otros y, por lo tanto, que la radiación incidente  $I_0$  sobre la misma sea diferente, Fig I.14.

Por otra parte, la Tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de su eje en el que emplea 24

horas. Ahora bien, debido a la inclinación del eje de rotación y del movimiento orbital de la Tierra, la duración del día y de la noche varían según la latitud del lugar. Así, en el Ecuador terrestre el día y la noche son iguales, es decir, de doce horas, pero esa igualdad se va perdiendo a medida que se pasa del Ecuador hacia los Polos, ya que progresivamente van apareciendo los inviernos de noches más largas en contraposición con los veranos de noches más cortas, incluso hasta en las regiones polares en donde duran medio año.

**DEFINICIÓN DE PARÁMETROS.**- Para calcular la radiación solar incidente sobre una superficie que tiene una determinada inclinación y orientación, es necesario definir algunos términos, cuya representación se ha hecho en las Figuras I.14, 13, 14 y 15.

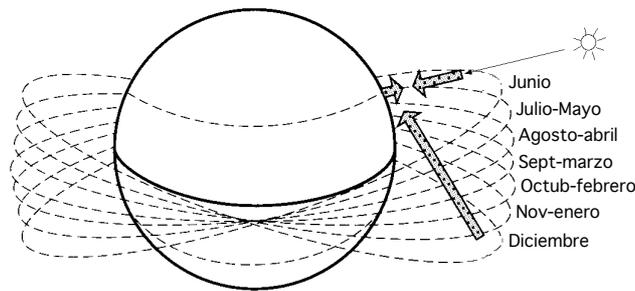


Fig I.14.- Posiciones del Sol a lo largo del año

-El ángulo cenital solar  $\theta_s$ , es el ángulo que forma la radiación directa del Sol y la vertical del lugar, en un punto cualquiera de la Tierra. Este ángulo varía continuamente a lo largo del día y depende también de la latitud del lugar y de la declinación.

-El ángulo acimutal del Sol  $\beta_s$ , es el ángulo que forma la componente horizontal de la radiación solar directa, con la dirección Norte-Sur, en el hemisferio norte. Se mide sobre el plano horizontal que pase por el lugar.

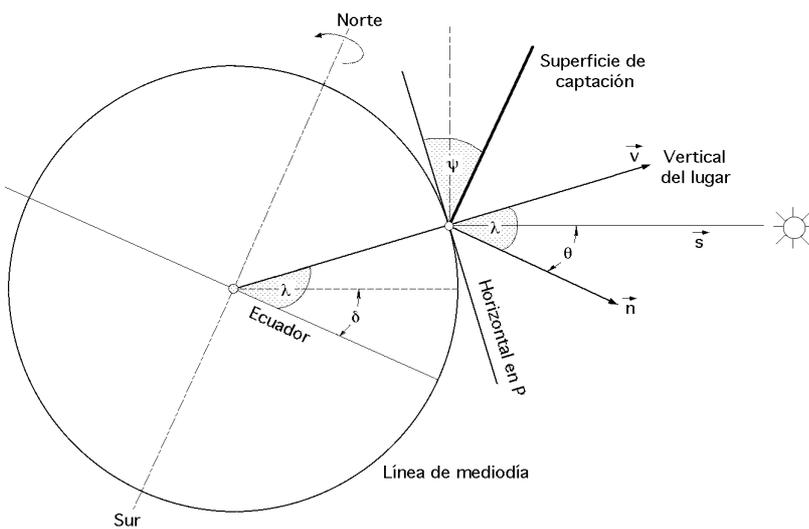


Fig I.15.- Situación espacial de diversos ángulos

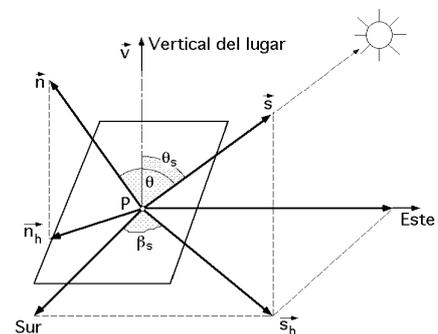


Fig I.16

-La declinación  $\delta$ , que es la posición angular del Sol al mediodía solar, respecto al plano del Ecuador terrestre; el valor de este ángulo se suele tomar cada día al mediodía solar. Esto es debido a que el eje de rotación de la Tierra está inclinado un ángulo de  $23^{\circ}45'$  respecto al eje del plano que contiene la órbita que describe alrededor del Sol y de

ahí que el valor de la declinación varíe entre  $\pm 23^{\circ}45'$  a lo largo del año. La declinación al Norte del Ecuador se considera positiva.

-El ángulo horario  $\tau$  es el desplazamiento angular del Sol, respecto al mediodía, que es el instante en que el Sol se encuentra más alto en el cielo y se corresponde con un ángulo cenital solar mínimo, es decir, con un ángulo horario igual a 0. Cada hora es igual a  $15^{\circ}$  de longitud, tomando un valor (+) por las mañanas y (-) por las tardes.

- La latitud  $\lambda$  de un lugar cualquiera sobre la superficie de la Tierra, es su desplazamiento angular por encima o por debajo del Ecuador, medido desde el centro de la Tierra. Se considera positiva al N del Ecuador.

- La longitud del lugar  $L$  es el ángulo que forma el semiplano que pasa por los polos en un lugar de la superficie de la Tierra y el semiplano que pasa por Greenwich. Este semiplano es un cero arbitrario y la línea que corta sobre la superficie terrestre se denomina meridiano de Greenwich. La longitud y la latitud son coordenadas que localizan un punto cualquiera sobre la superficie de la Tierra.

- Otro ángulo que se debe tener en cuenta es el que forma el terreno, (o la superficie que se considere), con la horizontal del lugar y que llamaremos  $\psi$ ; éste es el ángulo cenital de la superficie y, por lo tanto, el ángulo que forma la normal a la superficie con la vertical del lugar.

La altura solar o ángulo de elevación del Sol por encima del horizonte es importante por dos razones. En primer lugar, a mayores alturas solares, la radiación recorre una distancia más corta al atravesar la atmósfera, mientras que para alturas solares más bajas, la radiación procedente del Sol es forzada a recorrer una masa de aire mucho mayor,  $m > 1$ . Los efectos atenuantes de la masa de aire implicados reducen la radiación solar y las mayores alturas solares proporcionan más horas de luz, lo que permite mejores insolaciones.

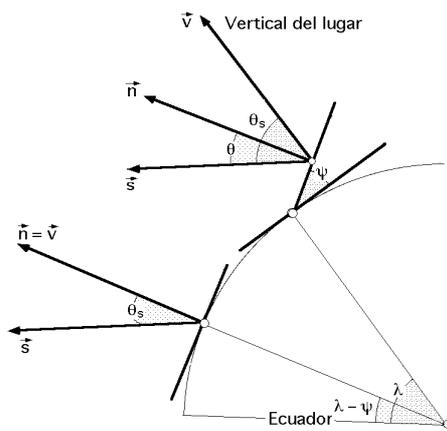


Fig I.17

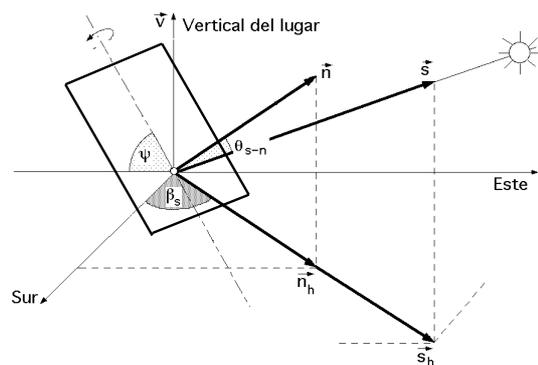


Fig I.18

**RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS.**- Las relaciones trigonométricas existentes entre la posición de un plano orientado en cualquier forma y en cualquier momento, respecto a la dirección de la componente directa de la radiación solar incidente, se puede expresar mediante la expresión (Benford y Book) de la forma:

$$\cos \theta_s = \cos \lambda \cos \delta \cos \tau + \sin \lambda \sin \delta \cos \tau + \sin \lambda \cos \delta \sin \tau \sin \psi + \cos \lambda \sin \delta \sin \tau \sin \psi + \sin \lambda \sin \delta \sin \tau \cos \psi$$

en la que  $\psi$  es el ángulo que forma el terreno con la horizontal del lugar.

Cuando el plano del terreno coincide con el horizontal ( $\alpha = 0$ ), por lo que el *ángulo cenital de la radiación solar directa*  $\theta_s$ , Fig I.17, es:

$$\cos \theta_s = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega$$

que define el ángulo cenital solar en función de la latitud del lugar  $\phi$ , del día del año definido por su declinación media  $\delta$  y la hora del día definida por el ángulo horario  $\omega$ .

El *ángulo acimutal solar* viene dado por la expresión:

$$\cotg \theta_s = \frac{\tg \delta \cos \phi - \sin \phi \cos \omega}{\sin \omega}$$

Mediante la ecuación del ángulo cenital solar se puede determinar el *ángulo horario*  $\omega_s$  de salida o puesta del Sol, haciendo  $\theta_s = 90^\circ$ :

$$\cos \omega_s = - \frac{\sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} = - \tg \phi \tg \delta$$

Para la *declinación* tomaremos el valor medio diario, al mediodía, dado por la ecuación:

$$\delta = 23,45 \sin \left( 360 \frac{284 + Z}{365} \right)$$

en la que Z es el día del año considerado, contado a partir del 1 de Enero.

**FLUJO ENERGÉTICO SOLAR SOBRE LA SUPERFICIE TERRESTRE.**- La cantidad de energía solar  $dq$  por unidad de superficie, recibida en el punto P de la superficie terrestre, durante el tiempo  $dt$ , viene dada por:

$$dq = I_0 \cos \theta_s dt$$

siendo  $I_0$  la intensidad efectiva de la componente directa de la radiación solar medida en el punto P, y es una energía por unidad de superficie y de tiempo.

Si se define la velocidad aparente del Sol, como la velocidad angular de la Tierra respecto al Sol, en la forma:

$$v_s = \frac{d}{dt}$$

que sabemos es de  $15^\circ$  por hora, el valor de  $dq$  queda es:

$$dq = \frac{I_0 (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega) d}{v_s}$$

Para obtener la energía  $q$  recibida por unidad de superficie en el curso del día, se integrará la anterior considerando valores medios de  $I_0$  y de  $\omega$ , entre los valores  $\pm \omega_s$ , obteniéndose:

$$q = \frac{2 I_0 (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \sin \omega_s)}{v_s} = \frac{2 I_0 \sin \phi \sin \delta (\omega_s - \tg \phi \tg \delta)}{v_s}$$

en función del ángulo de salida y puesta del Sol  $\omega_s$ .

## I.7.- CALCULO DE VALORES MEDIOS DE RADIACIÓN SOLAR

Además de los datos de radiación solar, hay otras medidas meteorológicas que se relacionan con la misma y que en ausencia de datos sobre radiación se pueden usar para su determinación. Entre éstos destacan, por ejemplo, los datos sobre horas de radiación solar que se pueden conseguir en la mayoría de las estaciones meteorológicas, así como los datos sobre nubosidad que son también fácilmente disponibles. Los datos sobre radiación constituyen la mejor fuente de información; sin embargo, a falta de éstos se pueden utilizar algunas relaciones empíricas que permiten calcular la radiación solar a partir del número de horas de Sol, o porcentajes de posibles horas de Sol o de nubosidad.

Otra alternativa consiste en realizar los cálculos para una localidad determinada, utilizando datos de otras localidades de similar latitud, topografía y clima.

Existen tablas en las que se puede observar el promedio de horas de radiación solar hecho durante diez años en algunas capitales españolas, Tabla I.12.

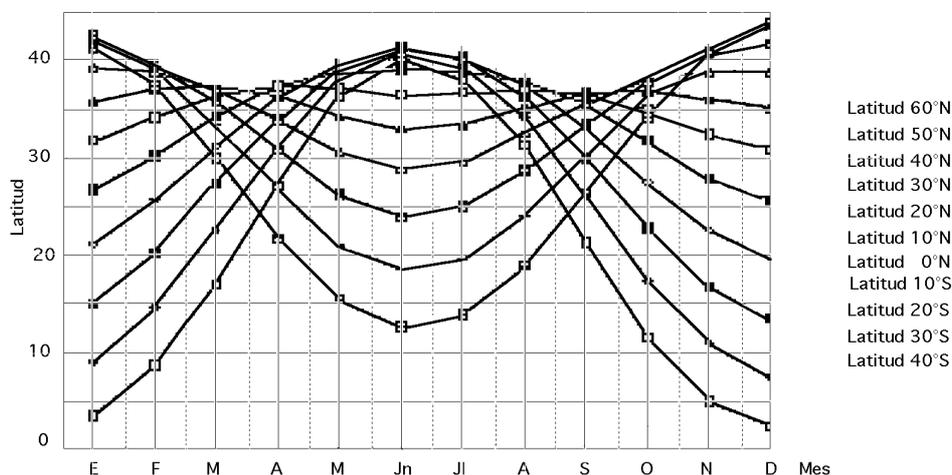


Fig I.19.- Valores mensuales medios de  $I_{0(h)}$

Una ecuación que relaciona el promedio de radiación con las radiaciones de un día claro, correspondientes a la localidad en cuestión y una fracción media de las posibles horas de radiación solar, es:

$$I_{\text{promedio (h)}} = I_{0(h)} \left( a + b \frac{n_{\text{mensual}}}{N_{\text{diario}}} \right)$$

en la que:

-  $I_{\text{promedio (h)}}$  es el promedio de radiación horizontal para un determinado período ( 1 mes, 1 día, etc).

-  $I_{0(h)}$  es la radiación con cielo despejado para el mismo período

-  $n$  es el promedio de horas diarias de Sol brillante para el mismo período

$\frac{n}{N_{\text{diario}}}$ , se conoce como el porcentaje posible de Sol brillante

-  $N_{\text{diario}}$  es el máximo de horas diarias de Sol brillante, para el mismo periodo, entre la salida y puesta del Sol.

Se puede calcular mediante las siguientes ecuaciones:

$$N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \arccos(-\text{tg } \phi \text{ tg } \delta)$$

$$N_{\text{diario}} = 12 + \frac{360}{365} \text{ sen } z$$

Tabla I.4.- Valores de  $\tau$  según la latitud

	55	52	50	48	46	44	42	40
	5,1	4,5	4,1	3,8	3,6	3,3	3,1	2,8

**CLASIFICACIÓN CLIMÁTICA BASADA EN EL MAPA DE CLIMA DE TREWARTHA (1954, 1961)**

TIPOS DE CLIMA	
Af	Clima de bosque tropical, constantemente húmedo, lluvia en todas las épocas del año
Am	Clima de bosque tropical, lluvia monzónica; temporada seca corta, pero con un total de lluvia suficiente para mantener un bosque de tipo de lluvia
Aw	Clima de bosque tropical, temporada seca en invierno
BS	Estepa o clima semi-árido
BW	Clima árido o de desierto
Cf	Clima de bosque mesotérmico; constantemente húmedo; lluvia en todas las épocas del año
Cs	Clima de bosque mesotérmico; temporada seca en invierno

**CLASIFICACIÓN DE LA VEGETACIÓN BASADA EN EL MAPA DE KÜCHLER**

TIPOS DE VEGETACIÓN	
B	Arboles perennes de hoja ancha
Bzi	Arboles perennes de hoja ancha, tipo arbusto, altura mínima 1 metro, creciendo solos o en grupos diseminados
D	Arboles de hoja caduca ancha
Dsi	Arboles de hoja caduca ancha tipo arbusto, altura mínima 1 metro; las plantas con suficiente separación para que en su mayor parte no se toquen
Dsp	Arboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 metro creciendo solos o en grupos esparcidos
E	Arboles perennes de hoja tipo aguja
G	Hierba y otras plantas herbáceas
GD	Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca
GDsp	Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 metro, creciendo solos o en grupos esparcidos
M	Mezclado; árboles de hoja ancha caduca y árboles perennes de hoja tipo aguja
S	Arboles semicaducos; de hoja perenne ancha y caduca

en la que  $z$  es el día del año contado a partir del 21 de marzo y  $\tau$  un coeficiente que se mide con un heliógrafo Campbell-Stokes y depende de la latitud  $\phi$ ; sus valores se recogen en la Tabla I.4.

Para una región de  $\phi = 46^\circ\text{N}$ , resulta  $\tau = 3,6$  por lo que la duración del día el 22 de junio es de 15,6 horas (máximo) y el 22 de diciembre de 8,4 horas (mínimo).

Los diversos valores de los parámetros  $a$  y  $b$  han sido obtenidos estadísticamente por un cierto número de estaciones meteorológicas situadas en distintas partes del mundo, en las que se resumen diversos tipos de clasificaciones climáticas y de vegetación.

Los valores promedios de la radiación están también tabulados, como se indica en la Tabla I.6 para algunas regiones, en función de su latitud  $\phi$  y de su altura sobre el nivel del mar.

El valor promediado  $I_{0(\text{diario})}$  para un día cualquiera del año, se puede hallar analíticamente a partir de la ecuación:

$$I_{0(\text{diario})} = \frac{24}{365} I_{\text{extrat}} \left( 1 + 0,033 \cos \frac{360 Z}{365} \right) \left( \cos \phi \cos \delta \sin \tau + \frac{2}{360} \tau \sin \phi \sin \delta \right)$$

siendo  $I_{\text{extrat}}$  la constante solar extraterrestre.

Tabla I.5.- Constantes climáticas y horas de Sol posibles en %  
Las constantes climáticas *a* y *b* dependen de la localidad

Localidad	Clima*	Vegetación**	Horas de Sol posibles		a	b
			Margen	Promedio		
Albuquerque, New México	BS-BW	E	68-85	78	0,41	0,37
Atlanta, (USA).	Cf	M	45-71	59	0,38	0,26
Blue Hill, Mass.	Df	D	42-60	52	0,22	0,5
Brownsville, Tex.	BS	GDsp	47-80	62	0,35	0,31
Buenos Aires, Argentina	Cf	G	47-68	59	0,26	0,5
Charleston, S.C.	Cf	E	60-75	67	0,48	0,09
Darien, Manchuria	Dw	D	55-81	67	0,36	0,23
El Paso, Texas	BW	Dsi	78-88	84	0,54	0,2
Ely, Nevada	BW	Bzi	61-89	77	0,54	0,18
Hamburgo, Alemania	Cf	D	11-49	36	0,22	0,57
Honolulu, Hawai	Af	G	57-77	65	0,14	0,73
Madison, Wisconsin	Df	M	40-72	58	0,3	0,34
Malange, Angola	Aw Bs	GD	41-84	58	0,34	0,34
Miami, Florida	Aw	E-GD	56-71	65	0,42	0,22
Niza, Francia	Cs	SE	49-76	61	0,17	0,63
Poona, India	Am	S	25-49	37	0,3	0,51
Poona, India (Monzón Seco)	65-89	8I	41	34		
Stanleyville Congo	Af	B	34-56	48	0,28	0,39
Tamanrasset, Argelia	BW	Dsp	76-88	82	0,3	0,43

Tabla I.6.- Algunos promedios mensuales de horas de Sol por día

Estación	Latitud	Alt. (m)	Anual	Enero	Febrer	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
Hong Kong	22°N	1	5,3	4,7	3,5	3,1	3,8	5	5,3	6,7	6,4	6,6	6,8	6,4	5,6
Paris	48°N	50	5,1	2,1	2,8	4,9	7,4	7,1	7,6	8	6,8	5,6	4,5	2,3	1,6
Bombay	19°N	1	7,4	9	9,3	9	9,1	9,3	5	3,1	2,5	5,4	7,7	9,7	9,6
Sokoto (Nigeria)	13°N	107	8,8	9,9	9,6	8,8	8,9	8,4	9,5	7	6	7,9	9,6	10	9,8
Perth (Australia)	32°S	20	7,8	10,4	9,8	8,8	7,5	5,7	4,8	5,4	6	7,2	8,1	9,6	10,4
Madison	43°N	63	7,3	4,5	5,7	6,9	7,5	9,1	10,1	9,8	10	8,6	7,2	4,2	3,9

Se han establecido algunos modelos estadísticos que permiten determinar diversos valores de  $I_0$  definidos por las siguientes ecuaciones:

$$I_{0(\text{media})} = 1230 e^{\frac{-1}{3,8 \cos(s-1,6)}}, \text{ en condiciones normales}$$

$$I_{0(\text{máxima})} = 1220 e^{\frac{-1}{6 \cos(s-1)}}, \text{ con el cielo muy puro}$$

$$I_{0(\text{mínimo})} = 1260 e^{\frac{-1}{2,3 \cos(s-3)}}, \text{ en zona industrial}$$

$$I_{0(\text{media})} = 1230 e^{\frac{-1}{3,8 \cos(30-1,6)}} = 912 \frac{W}{m^2}$$

Para,  $s = 30^\circ$ , resulta,  $I_{0(\text{máxima})} = 1220 e^{\frac{-1}{6 \cos(30-1)}} = 1006 \frac{W}{m^2}$

$$I_{0(\text{mínimo})} = 1260 e^{\frac{-1}{2,3 \cos(30-3)}} = 773 \frac{W}{m^2}$$

observándose que la variación puede ser considerable.

## I.8.- RADIACIÓN SOLAR SOBRE SUPERFICIES INCLINADAS

Para poder diseñar instalaciones de aprovechamiento solar, conviene convertir datos de radiación sobre una superficie horizontal, en datos de radiación sobre una superficie inclinada. Esto se puede llevar a cabo, tanto para la componente directa de la radiación, como para la difusa.

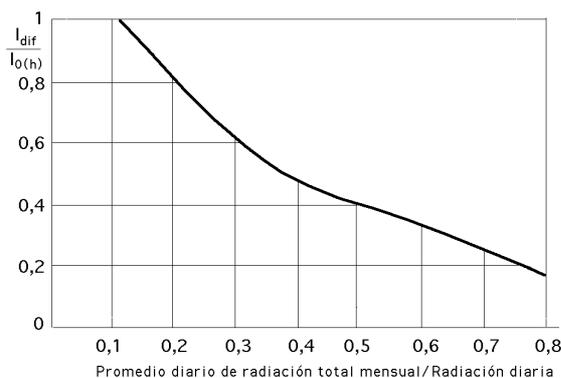


Fig I.20.- Promedios mensuales de radiación difusa diaria y diaria total, como una función del índice promedio mensual de nubosidad (Liu y Jordan 1960)

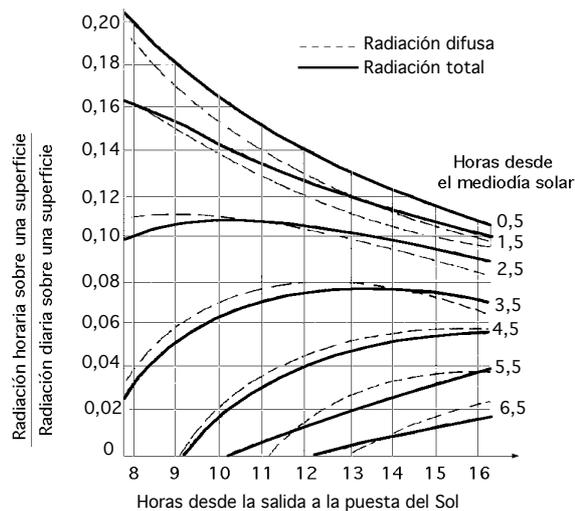


Fig. I.21.- Relación entre la radiación horaria y la diaria, ambas sobre una superficie horizontal

Si se supone que el Sol brilla uniformemente, de manera que tengamos una distribución igual durante el día y si adoptamos una curva standard de radiación para la irradiancia directa, que nos relacione la irradiancia normal directa con la altura cenital solar, se puede estimar, mediante cálculos trigonométricos y posterior integración numérica, la relación existente entre la radiación directa mensual sobre cualquier superficie plana inclinada y la correspondiente radiación directa media mensual sobre un plano horizontal.

En la Fig I.20 se ha hecho una representación, con datos de cuatro localidades, de la relación entre los promedios mensuales de radiación difusa diaria y radiación total diaria, como una función del índice promedio mensual de nubosidad. En la Fig I.21 se ha hecho la representación gráfica correspondiente a la radiación horaria respecto a la diaria, ambas sobre una superficie horizontal, para diversos intervalos horarios entre la salida y puesta del Sol.

El proceso se puede simplificar aplicando la formulación trigonométrica que permite seguir el movimiento aparente del Sol, junto con la curva de radiación standard elegida, obteniéndose de esta forma los valores instantáneos de radiación sobre distintas superficies, en determinados intervalos de tiempo, en cualquier época del año y en distintos lugares; de esta forma se obtienen los gráficos de datos sobre irradiancia directa con el cielo sin nubes y el Sol brillante.

Se puede obtener una aproximación más sofisticada teniendo en cuenta los efectos de la turbidez de la atmósfera y su efecto sobre la radiación solar.

**COMPONENTE DIRECTA.-** Analicemos en primer lugar la componente directa de la radiación. Sobre una superficie horizontal, la dirección de la radiación directa  $I_0$  forma un ángulo  $\theta_s$  con la vertical, siendo  $I_{0(h)}$  su proyección sobre la misma. La normal a la superficie inclinada forma un ángulo con la vertical del lugar que llamaremos  $\theta_n$  que es a su vez el ángulo que la superficie forma con el plano horizontal; la

proyección de la radiación directa  $I_0$  sobre la normal a la superficie es  $I_n$ . Hay que suponer que en el hemisferio Norte la superficie inclinada está orientada al Sur.

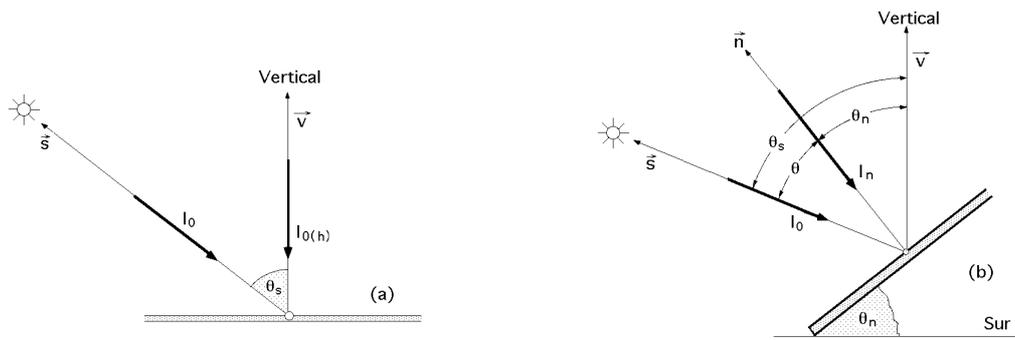


Fig I.22.a.b.- Radiación directa solar sobre superficies inclinadas

De acuerdo con las Fig.I.22.a,b se tiene:

$$I_{0(h)} = I_0 \cos \theta_s$$

$$I_n = I_0 \cos(\theta_s - \theta_n) = I_0 \cos \theta_{s-n}$$

La relación  $D$  entre la radiación directa sobre la superficie inclinada  $I_n$  y la de la superficie horizontal  $I_{0(h)}$ , viene dada en la siguiente forma:

$$D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\cos \theta_{s-n}}{\cos \theta_s} = \frac{\sin \theta_s \sin(\theta_s - \theta_n) + \cos \theta_s \cos(\theta_s - \theta_n) \cos \theta_n}{\sin \theta_s \sin \theta_s + \cos \theta_s \cos \theta_s \cos \theta_n} =$$

$$= \frac{\cos \theta_s \cos \theta_n + \sin \theta_s \sin \theta_n}{\cos \theta_s} = \cos \theta_n + \sin \theta_n \operatorname{tg} \theta_s$$

**COMPONENTE DIFUSA.-** Si la componente difusa de la radiación solar se extiende uniformemente por el cielo (nubosidad uniforme, días de bruma,...), resulta que la radiación difusa sobre una superficie inclinada va a depender de la parte de cielo que se vea desde esta superficie. Si además se supone que las propiedades del suelo y demás superficies vistas desde ella reflejan la radiación solar, constituyen una nueva fuente de radiación difusa (albedo), equivalente a la del cielo, por lo que la superficie inclinada recibirá la misma radiación difusa, sin que influya su orientación, por lo que el factor de corrección de la radiación difusa será siempre la unidad.

En estas condiciones, para determinar la radiación difusa recibida sobre la superficie inclinada un ángulo  $\theta_n$  con el cielo cubierto uniformemente, éste se puede representar por un plano horizontal indefinido  $A_1$  que radia difusamente sobre el plano oblicuo de inclinación  $\theta_n$  que contiene a la superficie  $A_2$ , Fig I.23. Sobre el plano  $A_1$  se elige un origen de coordenadas  $O$  y direcciones  $(x,y)$ ; este plano se puede descomponer en una serie de bandas difusoras rectangulares uniformes e iguales, de anchura  $dx$ , y se va a determinar la influencia que cada una de ellas ejerce sobre una porción del plano horizontal que contiene a la superficie  $A_2$  distante  $a$  del plano  $A_1$ , suponiendo que los puntos de referencia  $A$  y  $O$  están en la misma vertical. La banda considerada se descompone en franjas infinitesimales de anchura  $dy$ ; si consideramos la franja situada en  $B$  de superficie  $dA_1$ , de ordenada  $y$  y distancia  $(BA) = r$ , la radiación difusa que llega a  $A_2$  procedente de  $dA_1$  es:

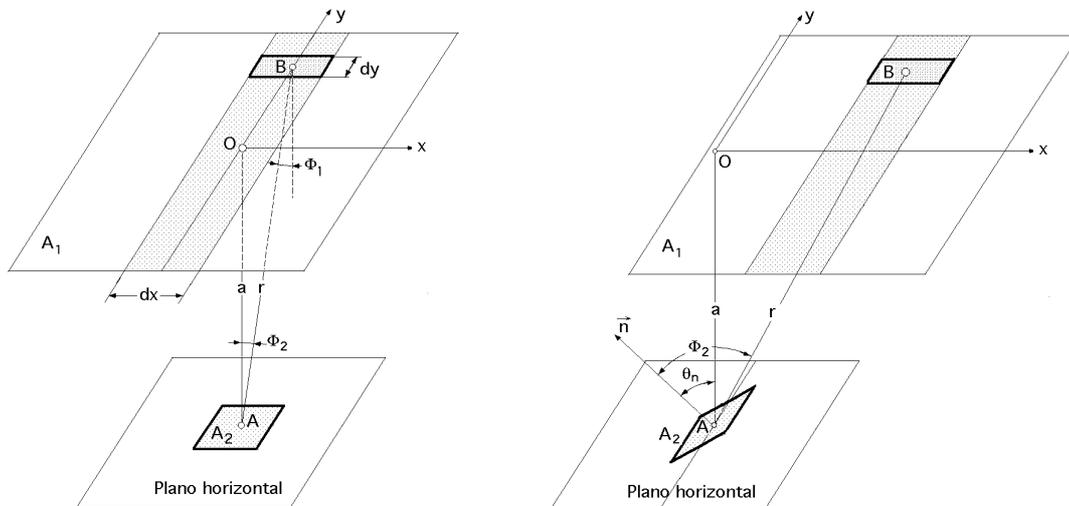


Fig 1.23.- Cálculo de la radiación difusa recibida por un plano de inclinación  $\theta_n$

$$dI_{\text{dif}(dA_1 \rightarrow A_2)} = \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2 A_2 dA_1}{r^2} = \left| \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{r^2 = a^2 + y^2}; dA_1 = dx dy \right| = \frac{\cos^2 \phi_1 dx dy A_2}{a^2 + y^2}$$

y la que envía la banda de anchura  $dx$  y que llega a  $A_2$  es:

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \frac{\cos^2 \phi_1 dx A_2}{a^2 + y^2} dy = \left| \begin{array}{l} \text{tg } \phi_1 = \frac{y}{a} \\ dy = \frac{a d\phi_1}{\cos^2 \phi_1} \end{array} \right| = \int_{-\phi_1}^{\phi_1} \frac{a dx A_2}{a^2 (1 + \text{tg}^2 \phi_1)} d\phi_1 = \frac{A_2}{2a} dx$$

Si a continuación se supone que los puntos O y A no están en la misma vertical, la radiación difusa que envía la banda de anchura  $dx$  y que llega a  $A_2$  es:

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \frac{A_2}{2r} \cos^2 \theta_n dx$$

y si el plano  $A_2$  está inclinado un ángulo  $\theta_n$ :

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \frac{A_2}{2r} \cos \phi_1 \cos \phi_2 dx = \left| \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{dx \cos \theta_n = r} \right| = \frac{A_2}{2} \cos(\theta_n + \phi_2) d\phi_2$$

$$I_{\text{dif}(A_1 \rightarrow A_2)} = \frac{A_2}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\theta_n + \phi_2) d\phi_2 = \dots = \frac{A_2}{2} (1 + \cos \theta_n)$$

que es la radiación difusa que procedente del cielo llega a una superficie inclinada un ángulo  $\theta_n$ .

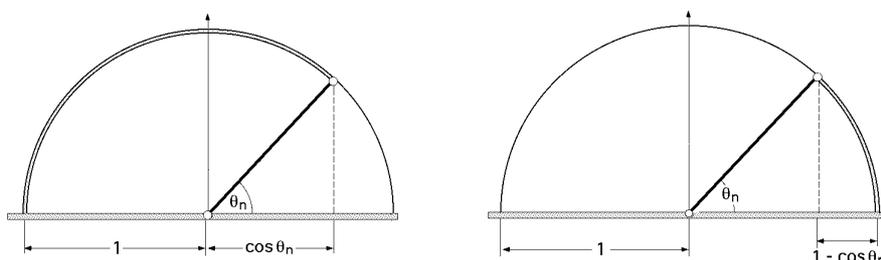


Fig 1.24.- Modelo para determinar la radiación total, difusa y albedo

Para,  $\theta = 0$ , (superficie horizontal), la radiación difusa que del cielo llega a la superficie  $A_2$  es:

$$I_{\text{dif}(h)} = A_2$$

por lo que:

$$I_{\text{dif}(\text{cielo}-A_2)} = I_{\text{dif}(h)} \frac{1 + \cos \theta}{2}$$

que es lo mismo que decir que una superficie inclinada un ángulo  $\theta$  respecto a la horizontal ve una parte de la bóveda celeste, Fig I.24, dada por:

$$\frac{1 + \cos \theta}{2}$$

en la que el 2 se puede considerar también es consecuencia de que sólo se ve la mitad de la bóveda celeste, hacia arriba; si la radiación solar difusa está distribuida uniformemente en el cielo, éste será también el factor de conversión para la radiación difusa incidente desde arriba.

En la práctica se puede considerar que la radiación difusa sobre un plano horizontal es la tercera parte de la radiación directa sobre el mismo plano.

**ALBEDO.-** Haciendo consideraciones semejantes a las de la radiación difusa, se puede suponer que el plano  $A_2$  recoge también la radiación reflejada por el suelo, ya que la superficie inclinada ve una porción del mismo o de sus alrededores, y si el coeficiente de reflexión para la radiación difusa en ese entorno es  $\rho$ , la radiación reflejada por el suelo sobre la superficie inclinada, procedente del total de la radiación solar, será la radiación global  $(I_0 + H_{\text{difusa}})_h$  sobre el plano horizontal, multiplicada por el albedo del suelo:

$$I_{\text{albedo}(\text{suelo}-A_2)} = (I_0 + I_{\text{difusa}})_h \frac{1 - \cos \theta}{2}$$

en la que  $\frac{1 - \cos \theta}{2}$  es el albedo del suelo.

Las expresiones encontradas son teóricas porque la radiación difundida por el cielo no es isótropa, ya que varía con la altura del Sol. Si la turbidez de la atmósfera es grande, el máximo de radiación difusa se nota en las proximidades del Sol.

En las proximidades del mar hay que tener en cuenta la reflexión sobre la superficie del agua.

La radiación solar no se absorbe por completo por el suelo, en el que los diferentes colores indican reflexiones selectivas y difusas. La fracción de radiación absorbida varía con la longitud de onda; en una pradera es de 0,94 para  $\lambda > 0,55 \mu\text{m}$  y de 0,78 para  $\lambda < 0,55 \mu\text{m}$ .

El albedo es la fracción de energía incidente difundida por un cuerpo luminoso.

- Para un cuerpo negro el albedo es 0
- Para la nieve fresca vale 0,9
- Para la nieve vieja vale 0,6
- Para suelo cubierto de nieve 0,7
- Para el suelo sin nieve vale 0,2

- Para el suelo mojado vale 0,17
- Para el suelo limpio varía entre 0,15 y 0,25
- Para una pradera varía entre 0,25 y 0,75
- Para césped o hierba verde vale 0,26
- Para el suelo cubierto de hojas vale 0,3
- Para el mar vale 0,05 en verano y 0,1 en invierno

En consecuencia, la componente difusa suma de los dos efectos es:

$$I_{\text{dif}} = I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} = I_{\text{dif}(h)} \frac{1 + \cos n}{2} + (I_0 + I_{\text{dif}})_{(h)} \frac{1 - \cos n}{2}$$

**RADIACIÓN TOTAL.**- La radiación total sobre una superficie inclinada que incluye el albedo, es:

$$I_{T(i)} = I_{0(i)} + I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} = I_{0(h)} \cos n + I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} =$$

$$= I_{0(h)} \cos n + I_{\text{dif}(h)} \frac{1 + \cos n}{2} + (I_{0(i)} + I_{\text{dif}(h)}) \frac{1 - \cos n}{2}$$

El factor eficaz de energía solar en la superficie inclinada respecto a la total horizontal, en la forma:

$$\text{eficaz} = \frac{I_{0(h)} \cos n}{I_{T(h)}} + \frac{I_{\text{dif}(h)}}{I_{T(h)}} \frac{1 + \cos n}{2} + \frac{1 - \cos n}{2}$$

A medida que aumenta  $n$ , el sumando del albedo se va haciendo más importante.

Ninguna de estas aproximaciones es muy satisfactoria; un colector solar proporciona la fracción mayor de su aportación total de energía durante los períodos de tiempo de mayor radiación, argumento que resulta válido cuando se trabaja con colectores funcionando a temperaturas elevadas, estando previsto que no se produzca una captación útil de energía durante los largos períodos de nubosidad.

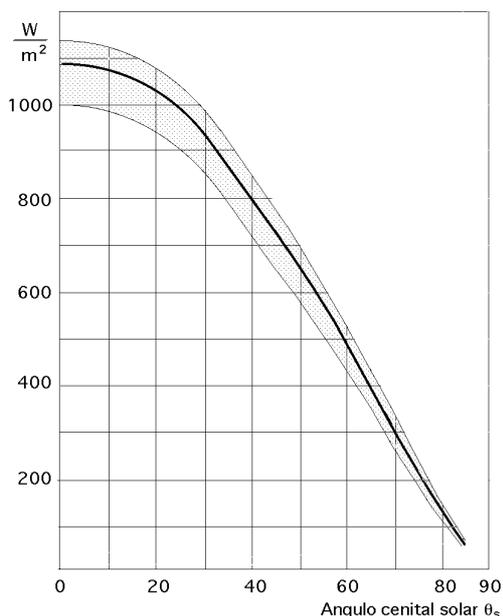


Fig 1.25.- Radiación total recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes

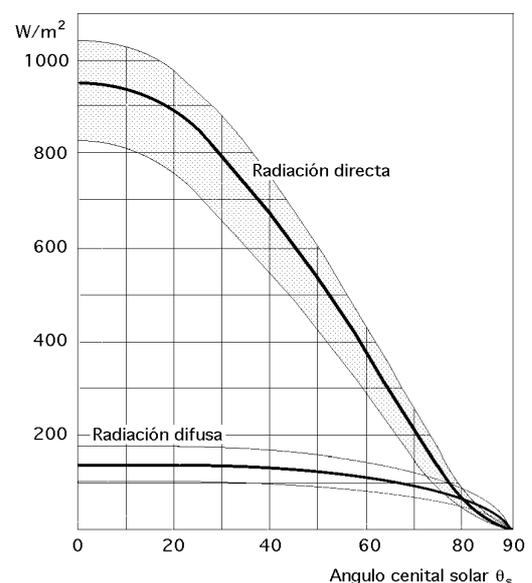


Fig 1.26.- Valores de la radiación directa y difusa recibidas por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes

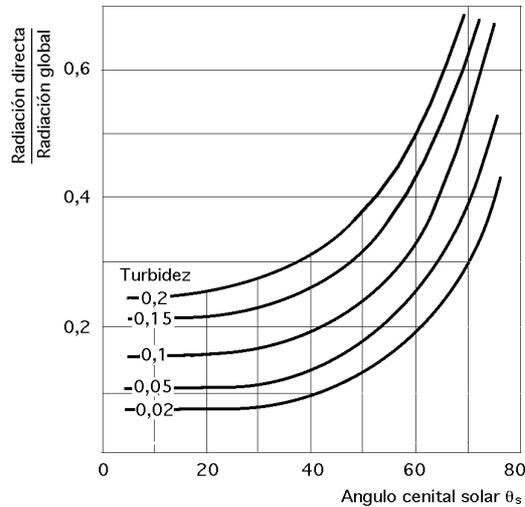


Fig I.27.- Variación de la relación (Radiación directa/Radiación global) recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar, para diversos valores de la turbidez atmosférica

*Para una superficie vertical la radiación difusa es igual a la suma de la mitad de la radiación difusa del cielo y de la mitad de la radiación global difundida por el suelo:*

$$I_{\text{dif}(v)} = \frac{I_{\text{dif}(h)}}{2} + \frac{I_{0(h)} + I_{\text{dif}(h)}}{2}$$

En realidad, esta formulación es teórica por cuanto la radiación reflejada difusa se difunde en la atmósfera que, a su vez, la vuelve a difundir parcialmente hacia el suelo, es decir, la radiación difundida por el cielo no es isótropa. Para una nubosidad media, esta redifusión es del orden del 10% y la radiación total teórica aumenta otro tanto.

### **RADIACIÓN TOTAL SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL**

Unas expresiones empíricas que permiten evaluar la radiación total  $I_{T(h)}$  son:

$$\text{Radiación global máxima} = I_{T(h) \text{ máxima}} = 1130 (\cos \theta_s)^{1,15}, \text{ para cielo muy limpio}$$

$$\text{Radiación global mínima} = I_{T(h) \text{ mínima}} = 995 (\cos \theta_s)^{1,25}, \text{ para zona industrial}$$

$$\text{Radiación global media} = I_{T(h) \text{ media}} = 1080 (\cos \theta_s)^{1,22}$$

La relación  $\frac{\text{Radiación difusa}}{\text{Radiación total}}$  es muy sensible al coeficiente de turbidez, Fig I.27.

### **ENERGÍA TOTAL RECIBIDA DURANTE UN DÍA DE CIELO CLARO**

Se puede admitir un reparto energético senoidal de la radiación total en función del tiempo. Si la radiación energética máxima al mediodía es  $I_{T(\text{máx})}$ ,  $t$  es la duración del día y  $t$  es el tiempo, la energía recibida sobre una superficie a lo largo del día es:

$$H_{\text{dia}} = I_{T(\text{máx})} \int_0^t \sin \frac{t}{t} dt = \frac{2}{t} I_{T(\text{máx})} t$$

## I.9.- EFECTO DE LA ORIENTACIÓN Y MOVIMIENTO DE LA SUPERFICIE RECEPTORA

La mayoría de los datos disponibles sobre radiación solar lo son para superficies horizontales, pero casi siempre es necesario conocer los efectos que origina la orientación de la superficie receptora; los métodos vistos anteriormente indican cómo se pueden calcular los efectos de la orientación de la superficie para períodos cortos. Para períodos largos, en localidades en las que no existen datos sobre las variaciones estacionales de las condiciones atmosféricas, los cálculos sobre efectos de la radiación hay que basarlos en cálculos relativos a la radiación directa.

Para que un receptor realice una absorción de energía máxima anual deberá estar orientado al Sur, con una inclinación aproximadamente igual a la latitud del lugar,  $\beta_n = \beta_s$ . Para optimizar la captación en invierno, la inclinación hacia el Sur debe ser igual a  $(\beta_s + 10^\circ)$  y en el verano  $(\beta_s - 10^\circ)$ .

En la Fig I.28 se ha hecho una representación de la radiación solar relativa anual sobre superficies fijas, con una inclinación  $(\beta = 0,9)$  y orientación Sur, desviadas un ángulo acimutal  $\beta_s$  al Sureste. En la Fig I.29 se ha representado la radiación solar anual relativa sobre superficies fijas inclinadas un ángulo con orientación hacia el Ecuador,  $\beta_s = 0$ .

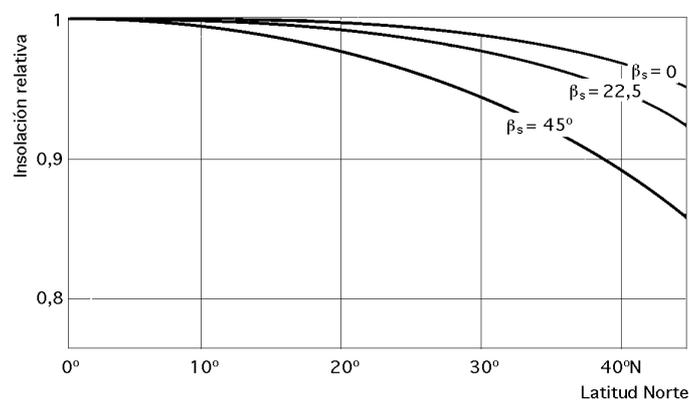


Fig I.28.- Radiación solar anual relativa sobre superficies fijas, inclinación  $\beta = 0,9$  con orientación Sur, desviadas al sureste un ángulo  $\beta_s$

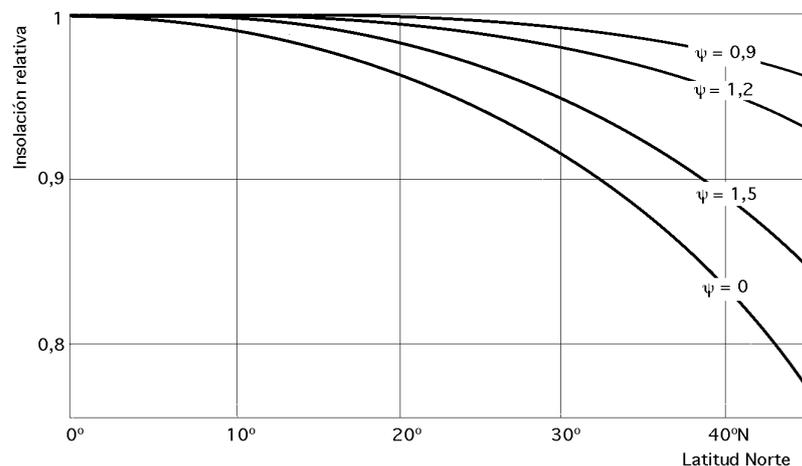


Fig I.29.- Radiación solar anual relativa sobre superficies fijas, con orientación hacia el Ecuador un ángulo  $\psi$ ,  $\beta_s=0$

**TABLAS DE RADIACIÓN E INSOLACIÓN.**- Las tablas de radiación proporcionan una información lo suficientemente representativa del valor de la radiación solar en un determinado periodo de tiempo.

Constituyen el método de consulta más efectivo cuando no se conocen datos de radiación instantánea; son datos recopilados por las estaciones meteorológicas, utilizando una instrumentación adecuada.

Tabla I.7.- Datos de Radiación Solar, (cal/cm<sup>2</sup> día), sobre una superficie horizontal; PROMEDIOS MENSUALES

		Alt (m)	Anual	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Octub.	Nov.	Dic.
Madison	43°N	270	337	144	208	302	368	507	537	551	462	398	277	168	119
Cancaneaia (Brasil)	25°S	10	352	549	501	370	293	241	204	227	269	252	332	507	481
Calcuta	22°N	0	681	532	617	701	781	784	817	816	800	645	624	557	501
Tokio	36°N	0	261	190	231	274	312	343	303	336	338	254	202	185	169
Yangambi (Congo)	1°N	140	410	409	450	458	446	438	396	352	361	408	410	423	373
Dakar	15°N	0	522	460	538	633	627	619	580	512	456	464	449	452	470
Pretoria	26°S	1418	475	610	520	490	410	360	340	360	430	500	530	570	580
Canberra	34°S	177	424	619	546	443	344	264	205	228	303	426	505	594	637
Atenas	38°N	0	385	186	264	341	459	477	590	624	554	468	287	200	166
Lisboa	39°N	0	445	204	290	398	538	606	698	719	643	491	341	231	186

Tabla I.8.- Promedio de Radiación Horizontal por horas y mensual en una ciudad cuya latitud y clima son similares a Santander. Radiación en Langleys {1 lang = 4,186 Joules/cm<sup>2</sup> = 1 cal/cm<sup>2</sup>}, durante la hora que termina a las...

Mes	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7
Enero			1	7	15	21	25	25	23	16	9	2		
Febrero			4	13	21	28	32	34	31	24	15	6	1	
Marzo		2	12	23	33	40	43	43	39	32	21	11	3	
Abril	1	8	17	27	36	43	47	44	41	33	26	17	2	
Mayo	5	15	27	39	49	55	58	58	54	45	35	25	14	5
Junio	7	17	29	42	65	59	63	61	58	51	41	31	19	8
Julio	7	18	31	43	54	61	64	63	58	52	43	31	18	7
Agosto	2	12	25	37	48	56	58	57	51	44	35	23	12	3
Septiembre		5	18	31	43	51	55	54	49	42	29	17	6	
Octubre		1	8	20	30	39	42	42	38	30	19	8	1	
Noviembre			2	10	19	25	29	29	25	18	9	2		
Diciembre			1	6	13	18	22	22	19	12	6			

Las tablas que se muestran están confeccionadas a base de medidas efectuadas con piranómetros y dan el promedio de radiación mensual diario para diferentes inclinaciones de superficies receptoras. También se incluyen tablas solares que dan la posición del Sol en coordenadas horizontales, o sea, referidas al plano del horizonte, azimut y altura solar, para diferentes horas del día en sus latitudes respectivas. Estas tablas son muy útiles a la hora de diseñar una instalación solar de paneles dispuestos sobre un campo concentrador y colector de energía sola.

Tabla I.9.- Valores medios mensuales de la radiación solar diaria total, H<sub>T</sub> en (kJ/m<sup>2</sup> día × 10<sup>6</sup>), sobre una superficie horizontal fuera de la atmósfera terrestre, I<sub>0</sub> = 1,353 kW/m<sup>2</sup>, en latitudes comprendidas entre 60°N y 30°S

Latitud	60°N	50°N	40°N	30°N	20°N	10°N	0°N	10°S	20°S	30°S
Enero	3,4	9	15,1	21,1	26,7	31,7	35,9	39,3	41,4	42,5
Febrero	8,7	14,5	20,3	25,6	30,3	34,2	37,1	39	39,5	39,2
Marzo	17	22,5	27,3	31,3	34,4	36,4	37,4	37,2	35,9	33,4
Abril	27,1	30,9	34	36,4	37,5	37,5	36,2	34	30,9	26,7
Mayo	36,2	38	39,3	39,6	39	37,2	34,3	30,7	26,3	21,1
Junio	40,2	41,1	41,4	40,7	39,2	36,6	33,1	29	23,9	18,5
Julio	38	39,6	40,4	40,2	39	36,7	33,5	29,6	24,9	19,6
Agosto	31,2	34,1	36,3	37,6	37,9	37	35,2	32,5	28,7	23,9
Septiembre	21,3	26	30	33,3	35,6	36,7	36,7	35,7	33,4	30,3
Octubre	11,6	17,4	22,9	27,7	31,8	34,9	36,9	38	37,8	36,6
Noviembre	5	10,8	16,8	22,7	27,9	32,4	36,1	38,9	40,6	41,2
Diciembre	2,4	7,5	13,5	19,8	25,6	30,8	35,3	39	41,7	43,3

Tabla I.10.- Promedio anual de horas de Sol en algunas capitales españolas, en base a datos de 10 años

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Octub.	Novi.	Dicie.	Total
Albacete	157	178	205	227	294	328	379	333	251	199	163	142	2.680
Alicante	185	199	225	254	311	340	363	326	252	197	180	176	3.013
Almería	188	189	221	251	314	329	360	333	264	220	183	167	3.022
Badajoz	158	177	180	263	304	347	396	362	280	227	169	145	3.015
Barcelona	157	171	181	216	239	287	318	291	200	170	174	127	2.504
Burgos	79	68	135	214	220	296	326	300	265	176	97	38	2.314
Cádiz	195	190	224	279	330	350	359	366	292	244	190	183	3.207
Castellón	160	177	203	233	273	300	331	295	241	191	163	162	2.732
Ciudad Real	140	164	188	228	302	344	399	353	260	202	155	120	2.860
La Coruña	100	117	140	174	217	220	257	244	173	151	115	89	2.005
Gerona	151	153	186	194	249	254	298	271	208	175	151	130	2.425
Granada	154	166	236	195	235	260	329	320	245	199	152	130	2.627
Huelva	146	159	176	225	286	307	349	327	265	207	149	148	2.747
Jaén	150	103	194	222	278	318	352	325	256	200	165	154	2.721
León	162	161	199	255	273	285	368	339	244	197	154	119	2.763
Lérida	114	179	219	252	288	283	353	292	252	206	138	89	2.668
Logroño	113	125	170	170	221	231	295	262	207	155	116	95	2.165
Madrid	160	173	204	228	290	330	361	353	261	209	164	150	2.888
Málaga	190	186	190	232	315	337	359	338	261	214	181	168	2.982
Palencia	96	144	178	224	282	293	423	327	241	184	133	101	2.632
Palma de Mallorca	161	175	205	220	298	309	352	329	243	195	152	139	2.783
Pamplona	75	107	142	182	228	224	309	265	215	161	105	70	2.078
Salamanca	122	158	189	242	280	313	371	336	258	192	143	108	2.718
St.Cruz Tenerife	161	170	224	227	292	314	332	307	251	210	156	160	2.809
San Sebastian	91	107	150	150	198	189	205	211	163	140	97	81	1.788
Santander	84	105	151	173	200	183	204	192	158	139	95	80	1.768
Sevilla	177	184	107	236	296	317	359	338	273	201	171	163	2.783
Soria	131	151	187	212	268	271	354	324	242	187	140	122	2.594
Valencia	155	169	187	209	259	273	314	279	230	183	144	141	2.549
Valladolid	104	148	197	241	252	306	375	345	257	206	144	90	2.700
Vitoria	58	90	146	134	190	175	234	229	180	131	72	56	1.700
Zamora	116	162	199	236	298	322	389	337	265	209	163	87	2.788
Zaragoza	148	183	214	242	288	305	360	330	251	203	146	116	2.791

Tabla I.11.- Efecto de la orientación de superficies para todo el año y valor de la radiación directa a 35° de latitud N

	Radiación directa
Orientación de la Superficie (Forma de seguimiento)	10 <sup>6</sup> (kJ/m <sup>2</sup> )
Fija, horizontal	5,34
Fija, inclinada 35° al sur	6,19
Con ajuste continuo sobre un eje horizontal norte-sur	7,43
Con ajuste continuo sobre un eje paralelo al eje de la tierra	8,14
Con ajuste continuo sobre dos ejes con incidencia normal solar	8,38

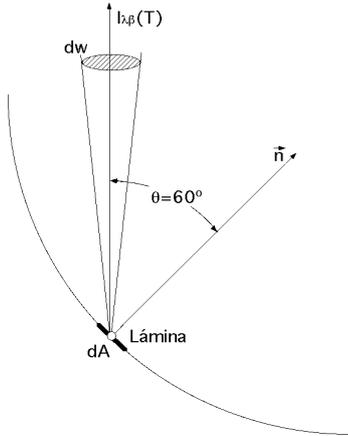
Tabla I.12.- Temperaturas medias mensuales de diversas poblaciones de España en °C

Provincia	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiem	Octubre	Noviem	Diciem
Alava	4,6	5,4	8,6	10,4	13	16,6	18,8	19,4	16,8	12,7	8,3	5,4
Albacete	4,2	5,6	9	11	15,3	21,6	24,1	23,8	17,8	13,7	8,7	5,2
Alicante	11	11,8	14	15,9	19	22,8	25,5	26,1	23,7	19,3	15,2	12
Almería	11,7	11,8	14,1	16,1	18,4	22	24,7	25,3	23,4	19,4	15,6	12,8
Ávila	2,4	3,3	6,3	8,7	12,2	16,4	20	19,8	16,3	10,6	6	3,2
Badajoz	8,6	9,9	12,7	15,2	18	22,8	25,8	25,5	22,6	17,8	12,6	9,1
Baleares	10,6	10,5	12,2	14,5	17,4	21,4	24,1	24,5	22,6	18,4	14,3	11,6
Barcelona	9,4	9,9	12,3	14,6	17,7	21,6	24,4	24,2	21,7	17,5	13,5	10,2
Burgos	2,5	4,8	7,1	9,2	12,2	16,2	19	18,8	16,2	11,3	6,5	3,4
Cáceres	7,7	9,1	11,7	14,4	17,4	22,5	26	25,6	22,3	16,9	11,7	8,1
Cádiz	11,4	12,5	14,6	16,6	18,9	22,2	24,5	24,9	23,4	19,5	15,6	12,5
Castellón	10,4	11,1	13,1	14,9	17,8	21,6	24,3	24,7	22,6	18,6	14,3	11,1
Ciudad Real	5,4	7,3	10,4	12,9	15,3	21,2	25,5	24,8	21	14,8	8,9	6,2
Córdoba	9,1	10,7	13,5	16,3	19,4	24,4	27,9	27,6	24,3	18,6	13,6	9,6
Coruña	9,9	9,8	11,5	12,4	14	16,5	18,2	18,9	17,8	15,3	12,4	10,2
Cuenca	3,1	4,2	7,3	10	13,3	18,1	21,9	21,4	18	12	7,2	4,1
Gerona	7,1	8,4	11,1	13,4	16,8	20,7	23,5	23,3	20,9	16	11,3	8
Granada	7	8,4	11	13,3	16,3	21,8	25,7	25,3	21,8	16	11,6	7,7
Guadalajara	3,5	5,9	9,5	11,9	15,6	20,2	24,3	23,5	19,8	13,7	8,4	5,5
Guipúzcoa	7,8	7,7	10,7	11,8	10,5	16,8	15,1	19	18,1	14,7	10,7	8
Huelva	11,1	12,3	14,4	18,4	18,9	22,4	25	25,2	23,3	19,4	15,2	11,9
Huesca	4,6	6,1	10,2	12,5	15,9	19,9	22,8	22,5	19,3	14	8,9	5,4
Jaén	8,2	9,6	12,3	14,1	18,3	23,8	27,7	27,3	23,4	17,6	12,7	8,9
León	2,8	4,2	7,6	9,9	12,5	17,2	19,7	19,5	16,6	11,8	7	3,6
Lérida	4,9	9,5	11,3	11,9	16,1	19,6	24,1	24,4	21,9	14,9	8,3	7,3
Logroño	5,1	6,5	9,7	11,9	14,9	19,1	21,8	21,5	19	13,8	8,9	6,1
Lugo	6	6,9	9,4	11	13,1	16,3	18,1	16,8	16,6	13,2	8,8	6,2
Madrid	4,9	6,5	10	13	15,7	20,6	24,2	23,6	19,8	14	8,9	5,6
Málaga	12,5	12,9	15	16,3	19,3	22,8	25,2	25,6	23,5	19,7	15,8	13,3
Murcia	10,7	11,6	14,2	16	19,5	23,4	26	26,3	23,8	18,9	14,4	11,6
Navarra	4,6	5,4	9	11,1	14,4	17,8	20,2	19,7	18,3	13,4	8,2	5,5
Orense	6,6	7,2	10,7	12,6	16,1	19,1	21,8	21,2	18,7	13,9	9,5	7,3
Palencia	3,3	4,6	8,2	10,5	13,5	18,1	21	20,8	17,6	12,2	7,2	3,9
Oviedo	9,3	9,4	11,3	12,3	14,1	17	19,6	19,5	18,1	15,1	12	10,1
Las Palmas	18,3	19,6	19,1	19,6	20,3	21,4	23,8	23,6	25,9	23,3	22,1	19,9
Pontevedra	9,2	10,1	12,3	14,2	15,6	18,1	20,2	20,5	18,2	14,9	11,9	9,5
Salamanca	3,7	4,9	8,1	10,5	13,7	18,4	21,5	21,2	18,1	11,9	7,4	4,2
St. Cr. Tenerife	17,4	17,5	18,2	19,2	20,4	22,4	24,2	24,7	24,1	22,7	20,5	18,4
Santander	9,3	9,2	11,5	12,3	14,2	16,9	18,8	19,3	18,2	15,3	12,2	9,9
Segovia	2,4	4	7,6	10,1	13,2	18,2	21,7	21,3	17,5	11,8	6,6	3,1
Sevilla	10,5	12,3	14,6	17,2	19,9	24,8	27,9	27,8	24,8	19,8	15	11,4
Soria	2,3	3,5	6,6	8,9	11,9	16,5	19,6	19,5	16,4	10,9	6,2	3,1
Tarragona	8,9	10,1	11,6	13,7	16,6	20,3	22,9	23,2	21,1	17,7	13,2	10,3
Teruel	1,6	3,5	6,7	9,1	12,9	17,2	19,2	18,9	16,7	11,1	6,6	3,3
Toledo	5,9	7,4	10,6	13,4	16,9	22,1	26,1	25,3	21,2	15,2	9,9	6,4
Valencia	10,3	11	13,1	14,8	17,8	21,9	23,9	24,5	22,4	18,3	14,4	11,1
Valladolid	3,3	5,1	8,6	11	14,1	18,5	21,3	20,4	17,8	12,9	7,7	4,4
Vizcaya	7,5	11,4	10,8	11,5	13,7	16,2	18,4	19,3	18,3	15,8	11,9	12,2
Zamora	3,8	5,3	8,6	11,2	14,2	18,6	21,6	21,2	18	12,8	7,5	4,3
Zaragoza	6,1	7,6	11,3	13,7	17	21,2	23,1	23,7	20,6	15,4	10,2	6,7

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Media anual	
LATITUD: 28														
S. C. TENERIFE	261	323	452	537	653	657	748	660	527	404	257	222	475	
LAS PALMAS	222	294	427	410	535	453	570	434	468	439	334	242	190	379
LATITUD: 37														
ALMERIA	189	290	377	425	546	546	587	488	452	334	223	185	386	
CADIZ	166	261	373	427	523	536	621	525	426	331	203	172	380	
GRANADA	155	240	345	455	528	597	673	586	466	291	193	149	389	
HUELVA	177	279	399	467	594	614	712	626	524	362	216	180	429	
MALAGA	194	292	382	445	567	574	634	550	462	336	214	189	403	
SEVILLA	154	233	356	458	529	565	598	565	427	297	186	143	376	
LATITUD: 38														
ALICANTE	204	311	393	429	577	561	620	532	435	329	220	183	399	
CORDOBA	152	235	358	461	532	633	705	638	514	299	191	151	405	
JAEN	150	237	351	432	483	584	642	581	470	278	186	151	378	
MURCIA	275	430	416	476	598	622	693	568	453	341	221	193	274	
LATITUD: 39														
ALBACETE	148	234	338	467	506	588	638	548	446	272	171	136	374	
BADAJOS	144	229	353	473	538	607	680	640	500	303	183	139	399	
CACERES	145	230	357	485	554	643	760	699	534	305	184	140	419	
CIUDAD REAL	149	231	345	456	494	533	577	541	461	283	180	137	365	
VALENCIA	182	280	366	478	478	470	531	434	393	298	195	164	349	
LATITUD: 40														
CASTELLON	197	310	390	419	498	502	573	458	406	328	209	181	372	
CUENCA	137	205	326	434	461	526	639	558	451	273	166	124	358	
MADRID	18~	345	350	467	509	581	663	602	473	281	168	130	396	
P. MALLORCA	173	272	346	383	479	517	565	443	390	300	198	159	353	
TERUEL	140	204	312	400	432	477	500	489	414	263	165	119	326	
TOLEDO	142	235	351	482	524	592	699	637	482	288	168	120	393	
LATITUD: 41														
AVILA	141	218	332	431	465	532	631	629	470	271	160	122	366	
BARCELONA	178	275	340	378	458	456	524	449	367	298	192	164	339	
GUADALAJARA	138	215	336	443	465	543	627	611	457	286	159	125	367	
SALAMANCA	143	230	322	426	472	514	573	560	444	268	157	113	352	
SEGOVIA	135	214	333	464	506	542	617	618	470	281	160	122	372	
TARRAGONA	178	271	343	369	435	431	502	434	350	296	193	222	330	
ZAMORA	126	214	326	415	551	498	539	521	419	265	157	110	345	
LATITUD: 42														
BURGOS	112	182	292	376	426	462	506	465	393	244	140	103	308	
GERONA	175	261	359	385	450	446	536	439	362	293	190	166	338	
HUESCA	146	234	358	462	493	527	541	495	417	271	171	121	353	
LERIDA	145	249	386	487	522	546	578	517	427	294	167	117	386	
LOGROÑO	131	204	333	385	429	439	485	450	384	250	155	113	313	
ORENSE	115	178	282	337	383	396	410	374	342	226	136	107	273	
PALENCIA	129	217	330	430	476	519	568	515	420	266	158	111	344	
PONTEVEDRA	140	219	343	365	422	445	492	433	361	304	175	147	320	
SORIA	130	185	306	395	464	480	552	504	408	252	153	118	329	
VALLADOLID	124	219	350	445	495	540	616	567	459	283	160	183	364	
ZARAGOZA	145	247	379	386	554	556	564	522	436	276	166	137	364	
LATITUD: 43														
BILBAO	140	193	279	276	352	344	387	319	308	251	149	130	260	
LA CORUÑA	139	200	285	282	359	370	397	349	339	278	161	133	278	
LEON	123	206	333	423	474	502	560	483	445	255	159	116	339	
LUGO	113	170	273	319	364	375	382	357	329	219	132	104	261	
OVIEDO	139	193	275	283	357	344	416	338	307	255	149	128	265	
PAMPLONA	121	180	312	351	414	446	482	422	405	257	146	113	304	
S. SEBASTIAN	139	192	281	272	346	385	380	310	313	261	154	130	259	
SANTANDER	140	196	276	280	363	344	399	323	307	260	152	135	264	
VITORIA	119	168	270	319	364	385	404	395	234	434	134	104	270	

**I.10.- APLICACIONES NUMÉRICAS**

**Ejemplo I.1.-** Una lámina de área  $dA = 2 \text{ m}^2$  está colocada sobre una cavidad esférica que se encuentra a  $800^\circ\text{K}$ . Determinar:



- a) La energía radiativa que atraviesa la lámina
- b) La energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la normal a la superficie.
- a) Energía radiativa que atraviesa la lámina

**RESOLUCION**

La radiación se puede aproximar a la emitida por un cuerpo negro a  $800^\circ\text{K}$

$$Q = dA T_1^4 = (5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}) \times 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \times 800^4 \text{ K}^4 = 4,64 \text{ W}$$

- b) Energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la normal a la superficie.

$$Q = I_b(T) dA \cos \theta = E_b = T^4 = I_b(T) = \frac{T^4}{\pi} dA \cos \theta =$$

$$= \frac{(5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}) \times 800^4 \text{ K}^4}{\pi} \times 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ = 0,74 \text{ W}$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.2.-** Si se supone que el Sol se comporta como un cuerpo negro a  $6000^\circ\text{K}$

Determinar

- a) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática
- b) La energía de esta fuente a  $6000^\circ\text{K}$  que se corresponde con el espectro visible,  $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,76 \mu\text{m}$ ?
- c) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática

**RESOLUCION**

El valor de  $T$  en que se da la máxima potencia emisiva monocromática es (Ley de Wien,  $2897,6 \mu\text{m}^\circ\text{K}$ ), luego la longitud de onda deseada es:

$$= \frac{2897,6 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{6000 \text{ K}} = 0,483 \mu\text{m}$$

**Energía de esta fuente a  $6000^\circ\text{K}$  que se corresponde con el espectro visible,  $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,76 \mu\text{m}$**

De la Tabla de funciones de radiación se obtiene:

Fracción de energía entre 0 y $(T) = 0,76 \times 6000 = 4560 \mu\text{m} \cdot \text{K}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">4400</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,548830</td> <td rowspan="3" style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; vertical-align: middle;">= 57,16%</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">4600</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,579316</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">4560</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,571600</td> </tr> </table>	4400	0,548830	= 57,16%	4600	0,579316	4560	0,571600
4400	0,548830	= 57,16%						
4600	0,579316							
4560	0,571600							

Fracción de energía entre 0 y $(T) = 0,38 \times 6000 = 2280 \mu\text{m} \cdot \text{K}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">2200</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,100897</td> <td rowspan="3" style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; vertical-align: middle;">= 11,66%</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">2400</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,140268</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">2280</td> <td style="padding: 2px 10px;">0,116645</td> </tr> </table>	2200	0,100897	= 11,66%	2400	0,140268	2280	0,116645
2200	0,100897	= 11,66%						
2400	0,140268							
2280	0,116645							

La fracción de energía en el espectro visible será la diferencia:  $57,16 - 11,66 = 45,5\%$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.3.-** La emisión de la radiación desde una superficie se puede aproximar por la radiación de un cuerpo negro a  $T=1000^{\circ}\text{K}$

Determinar:

a) La fracción de la energía total emitida por debajo de  $\lambda = 5 \mu\text{m}$

b) ¿Cuál es la longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a  $1000^{\circ}\text{K}$ ?

c) ¿Cuál es la longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a  $1000^{\circ}\text{K}$ ?

a) Fracción de la energía total emitida por debajo de  $\lambda=5 \mu\text{m}$

**RESOLUCION**

De la Tabla de Funciones de radiación para ( $T = 5 \times 1000 = 5000$ ) se obtiene,

$$f_{(0 \rightarrow T)} = \frac{E_b(0 \rightarrow T)}{T^4} = 0,6337 \quad \text{que el } 63,37\% \text{ de la emisión total sucede por debajo de } (\lambda = 5 \mu\text{m})$$

$$E_b(0 \rightarrow T) = 0,6337 \cdot T^4 = 0,6337 \times 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{K}^4} \times (1000)^4 \text{ } ^{\circ}\text{K}^4 = 35.935 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

b) Longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a  $1000^{\circ}\text{K}$

$$\text{Para: } f_{(0 \rightarrow T)} = \frac{E_b(0 \rightarrow T) - E_b(0 \rightarrow 2T)}{T^4} = 0,105$$

$$0,6337 - \frac{E_b(0 \rightarrow 2T)}{T^4} = 0,105 \quad ; \quad \frac{E_b(0 \rightarrow 2T)}{T^4} = 0,5287 \quad T \text{ (m.}^{\circ}\text{K.}10^3) = 4,2777$$

$$= \frac{4,2777}{1000 \times 10^3} = 4,27 \times 10^{-6} \text{ m} = 4,27 \mu\text{m}$$

c) Longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a  $1000^{\circ}\text{K}$

Teniendo en cuenta la Ley de Desplazamiento de Wien:  $\lambda_{\text{máx}} T = 2,8976 \times 10^{-3} \text{ m.}^{\circ}\text{K}$

$$\text{luego para: } T = 1000^{\circ}\text{K, se tiene: } \lambda_{\text{máx}} = \frac{2,8976 \times 10^{-3} \text{ m.}^{\circ}\text{K}}{1000 \text{ } ^{\circ}\text{K}} = 2,898 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,89 \mu\text{m}$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.4.-** Una pequeña superficie de área  $A=5 \text{ cm}^2$  está sometida a una radiación de intensidad constante,  $I=1,8 \times 10^4 \text{ W/m}^2$ , sobre el ángulo sólido subtendido por,  $0 < \varphi < 2\pi$  y  $0 < \Phi < \pi/6$ . Calcular la radiación incidente sobre la superficie.

**RESOLUCION**

La radiación incidente sobre la superficie a través del ángulo sólido,  $d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$ , viene dada por,

$$q_i = A I \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$$

La energía total incidente  $Q_i$  sobre la superficie viene determinada por integración entre los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$ ,

$$Q_i = A I \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/6} \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \dots = \frac{1}{4} A I = \frac{1}{4} (5 \times 10^{-4}) (1,8 \times 10^4) = 7,07 \text{ W}$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.5.-** Una superficie es irradiada uniformemente en todas direcciones en el espacio hemisférico; la distribución espectral de la intensidad de la radiación incidente es,

$$(0 < \lambda < 1) \mu\text{m} \quad I^i = 0$$

$$(1 < 2) \mu\text{m} \quad I^i = 2000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(2 < 4) \mu\text{m} \quad I^i = 8000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(4 < 8) \mu\text{m} \quad I^i = 4000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(> 8) \mu\text{m} \quad I^i = 0$$

Calcular el flujo de radiación incidente sobre la superficie

**RESOLUCION**

Puesto que la intensidad de la radiación incidente es independiente de la dirección, el flujo  $q_i$  de la radiación incidente se calcula en la forma,

$$q_i = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/6} I^i \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/6} 2000 \sin \theta \, d\theta \, d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} 8000 \sin \theta \, d\theta \, d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} 4000 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \right) =$$

$$= \{2000(2 - 1) + 8000(4 - 2) + 4000(8 - 4)\} = 34 \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.6.-Una superficie de  $A=2 \text{ cm}^2$  emite radiación como un cuerpo negro a  $T = 1000^\circ\text{K}$ .**

a) Calcular la radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por,  $0 < \varphi < 2\pi$  y  $0 < \theta < \pi/6$

b) ¿Qué fracción de la energía emitida se corresponde con el espacio hemisférico entero?

a) Radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por,  $0 < \varphi < 2\pi$  y  $0 < \theta < \pi/6$

**RESOLUCION**

La radiación emitida por una superficie A a través de un ángulo sólido  $d\omega$ , de la forma:

$$d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

en cualquier dirección, es,

$$q = A I_b(T) \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

Mes	$I_{0(h)}$ kJ/m <sup>2</sup> día	Declinación	N horas	n/N	$I_{\text{Promedio (h)}} = I_{0(h)} \left( 0,3 + 0,34 \frac{n}{N_{\text{diario}}} \right)$ kJ/m <sup>2</sup> día
Enero	13000	-21,3	9,2	0,489	6100
Febrero	18400	-13,3	10,3	0,553	9000
Marzo	25400	-2,8	11,7	0,59	12700
Abril	33400	9,4	13,2	0,568	16500
Mayo	39000	18,8	14,5	0,628	20000
Junio	41400	23,3	15,2	0,665	21800
Julio	40300	21,5	14,9	0,658	21100
Agosto	35700	13,8	13,8	0,725	19500
Septiembre	28500	2,2	12,3	0,7	15300
Octubre	20700	-9,6	10,8	0,667	10900
Noviembre	14300	-19,2	9,5	0,442	6400
Diciembre	11600	-23,3	8,8	0,443	5200

La energía en el ángulo sólido subtendido por los ángulos,  $0 < \theta < \pi/6$  y  $0 < \varphi < 2\pi$ , se obtiene por integración de,

$$Q = A \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/6} I_b(T) \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \dots = \frac{A I_b(T)}{4} = \frac{A T^4}{4} =$$

$$= \frac{1}{4} \times (2 \cdot 10^{-4}) \times (5,67 \times 10^{-8}) \times 1000^4 = 2,835 \text{ W}$$

b) Fracción de la energía emitida que se corresponde con el espacio hemisférico

$$Q_0 = A T^4 = A I_b(T)$$

luego el porcentaje de la energía total emitida dentro del ángulo sólido considerado es:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\frac{1}{4} A T^4}{A T^4} = \frac{1}{4} \quad \boxed{25\%}$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.7.-** Determinar los promedios mensuales de radiación solar total sobre una superficie horizontal para Santander, latitud 43°N, tomando como base el promedio de duración de horas de Sol presentado en la Tabla anterior.

**RESOLUCION**

Los cálculos se realizan en base a la ecuación

$$I_{\text{Promedio (h)}} = I_{0(h)} \left( a + b \frac{n}{N_{\text{diario}}} \right) = \left| \begin{matrix} a = 0,3 \\ b = 0,34 \end{matrix} \right| = I_{0(h)} \left( 0,3 + 0,34 \frac{n}{N_{\text{diario}}} \right)$$

Determinar el promedio de radiación difusa y de radiación total para las horas comprendidas en los intervalos (10-11) horas ó (13-14) horas, siendo la radiación extraterrestre para el mes de Junio en la vertical de Santander de 41400 kJ/m<sup>2</sup>día.

El promedio de radiación solar total para el mes de junio en Santander, sobre un plano horizontal es de 21800 kJ/m<sup>2</sup>día; el n° de horas de duración media del día es de 15,2 horas.

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{\text{extrat.}}} = \frac{21800}{41400} = 0,5265$$

De la Fig I.20:  $\frac{I_{\text{dif}}}{I_{0(h)}} = 0,33$

Promedio de radiación difusa diaria:  $0,33 \times 21800 = 7194 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \text{ día}}$

Entrando en la Fig I.21, para el intervalo horario (10-11) horas ó (13-14) horas, (10,5 horas de la mañana, ó 13,5 horas de la tarde, 1,5 horas hasta las doce), para la curva de trazos se obtiene:

$$\frac{\text{Promedio de radiación difusa horaria}}{\text{Promedio de radiación difusa diaria}} = 0,098$$

y la radiación difusa promediada para dicho intervalo horario es de,  $0,098 \times 7194 = 705 \text{ kJ/m}^2$

Para la curva continua:

$$\frac{\text{Promedio de radiación total horaria}}{\text{Promedio de radiación total diaria}} = 0,108$$

y la radiación total promediada para dicho intervalo horario es de,  $0,108 \times 21800 = 2355 \text{ kJ/m}^2$

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} = \frac{2355 - 705}{2355} = 0,7$$

$$\frac{I_{\text{dif (h)}}}{I_{T(h)}} = \frac{705}{2355} = 0,3$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.8.-** Determinar la relación  $\eta_D$  a las 9,30 horas del 5 de enero para un captador inclinado un ángulo de 30°, orientado al Sur, instalado en Santander,  $\lambda = 43^\circ\text{N}$ .

**RESOLUCION**

$$= 23,45 \text{ sen} \left( 360 \frac{284 + 5}{365} \right) = -22,53^\circ$$

$$= (12 - 9,5) \times 15^\circ = 37,5^\circ$$

$$- n = 43 - 30 = 13^\circ$$

$$D = \frac{\sin \delta \sin(\phi - \alpha) + \cos \delta \cos(\phi - \alpha) \cos \theta}{\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \theta} = \frac{\sin(-22,53) \sin(43 - 30) + \cos(-22,53) \cos(43 - 30) \cos 37,5}{\sin(-22,53) \sin 43 + \cos(-22,53) \cos 43 \cos 37,5} = 2,286$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.9.-** Determinar el factor eficaz de energía  $\eta_{\text{eficaz}}$  para las condiciones del ejemplo 1, supuesto el suelo cubierto de nieve.

**RESOLUCION**

$$\eta_{\text{eficaz}} = \frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} D + \frac{I_{\text{dif}(h)}}{I_{T(h)}} \frac{1 + \cos \alpha}{2} + \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

Para suelo nevado:  $D = 0,7$

$$\eta_{\text{eficaz}} = (0,7 \times 2,286) + (0,3) \frac{1 + \cos 30}{2} + \frac{1 - \cos 30}{2} \times 0,7 = 1,927$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.10.-** Cálculo de la energía recibida sobre una fachada vertical, orientada al Sur, en una zona de latitud  $\lambda = 46^\circ N$ , el día 5 de enero.

**RESOLUCION**

Declinación media el día 5 de enero:  $\delta = 23,45 \sin \left( 360 \frac{284 + 5}{365} \right) = -22,53^\circ$

$\cos \alpha = \sin(-22,64) \sin 46 + \cos(-22,64) \cos 46 \cos 0 = 0,3641$  ;  $\alpha = 68,5^\circ$

Duración del día:

$N_{\text{diario}} = 12 + 3,6 \sin \frac{360 (360 - 75)}{365} = 8,5$  horas

ó

$N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \arccos(-\tan \delta \tan \phi) = \left| \frac{-22,64^\circ}{46} \right| = \frac{2}{15} \arccos\{-\tan(-22,64) \times \tan(46)\} = 8,6$  horas

**a) Con cielo despejado**

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es ,  $I_{T(h)} = (I_{0(h)} + I_{\text{dif}(h)}) = 342 \text{ W/m}^2$

También, aproximadamente, se podía haber calculado con la gráfica I.25, para,  $\alpha = 68,5^\circ$

Haciendo uso de la gráfica I.26 se determinan las radiaciones directa y difusa sobre una superficie horizontal, para  $\alpha = 68,5^\circ$

Radiación difusa,  $I_{\text{dif}(h)} = 100 \text{ W/m}^2$

Radiación directa:  $I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{\text{dif}(h)} = 342 - 100 = 242 \text{ W/m}^2$

Comprobándose que la radiación difusa viene a ser del orden de un 30% de la radiación total

Radiación directa recibida sobre la fachada:  $I_{0(v)} = I_{0(h)} \tan \alpha = 242 \tan 68,5 = 614,35 \text{ W/m}^2$

$I_{\text{dif}(v)} = I_{0(h)} \frac{1 + \cos \alpha}{2} + I_{T(h)} \frac{1 - \cos \alpha}{2} = \frac{I_{0(h)}}{2} + \frac{I_{T(h)}}{2} = \left| \text{Albedo} \right| = \frac{100}{2} + \frac{342}{2} \times 0,3 = 101,3 \text{ W/m}^2$

$I_{T(v)} = 614,35 + 101,3 = 715,65 \text{ W/m}^2$

Energía total recibida en el día sobre la fachada vertical

$H_{\text{día}(v)} = \frac{2}{24} I_{T(v)} N_{\text{diario}} = \frac{2}{24} \times 715,65 \times 8,5 = 3872,5 \text{ W/m}^2$

observándose que es del orden del doble de lo que recibiría una superficie horizontal ( $1850 \text{ W/m}^2$ ) en las mismas condiciones

**b) Con cielo nuboso (condiciones medias) (Turbidez 0,5)**

$I_{T(v)\text{máxima}} = I_{T(v)} (0,33 + 0,7) = \left| \text{Albedo} \right| = 0,5 = 715,65 \{0,33 + (0,7 \times 0,5)\} = 486,64 \text{ W/m}^2$

$$H_{\text{día}(v)} = \frac{2}{15} I_{T(v)} N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \times 486,64 \times 8,5 = 2633,4 \text{ W/m}^2$$

\*\*\*\*\*

**Ejemplo I.11.- Cálculo de la energía recibida sobre una fachada vertical  $\theta_n = 60^\circ$ , orientada al Sur  $\beta_n = 0$ , en una zona de latitud  $\lambda = 43^\circ\text{N}$ , el día 4 de febrero, al mediodía.**

**RESOLUCION**

**a) Con cielo despejado**

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es:

$$I_{T(h)} = I_{0(h)} + I_{\text{dif}(h)} = 465 \text{ W/m}^2$$

Declinación media el 4 de febrero:

$$= 23,45 \text{ sen } (360 \frac{284 + 35}{365}) = -16,7^\circ$$

Ángulo cenital solar al mediodía

$$\cos s = \text{sen}(-16,7) \text{ sen } 43 + \text{cos}(-16,7) \text{ cos } 43 \text{ cos } 0 = 0,5045 ; s = 59,7^\circ \quad 60^\circ$$

Duración del día:

$$N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \text{ arc cos } (-\text{tg } \delta \text{ tg } \phi) = \frac{2}{15} \text{ arc cos } \{-\text{tg}(-16,7) \text{ tg } 43\} = 9,83 \text{ horas}$$

$$H_{\text{día}(h)} = \frac{2}{15} I_{T(h)} N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \times 465 \times 9,83 = 2910 \text{ W/m}^2$$

Haciendo uso de la gráfica I.26 se determinan las radiaciones directa y difusa sobre una superficie horizontal, para  $s = 59,7^\circ$

$$I_{\text{dif}(h)} = 115 \text{ W/m}^2$$

$$I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{\text{dif}(h)} = 465 - 115 = 350 \text{ W/m}^2$$

$$D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\text{cos } s - n}{\text{cos } s} = \frac{\text{cos } s \text{ cos } n + \text{sen } s \text{ sen } n}{\text{cos } s} = \frac{\text{cos } 60 \text{ cos } 60 + \text{sen } 60 \text{ sen } 60}{\text{cos } 60} = \frac{1}{\text{cos } 60} = 2$$

$$I_{\text{inclinada}} (n = 60^\circ) = 2 I_{0(h)} = 2 \times 350 = 700 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I_{\text{dif}} (n = 60^\circ) = I_{0(h)} \frac{1 + \text{cos } n}{2} + I_{T(h)} \frac{1 - \text{cos } n}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Albedo} \\ = 0,3 \end{array} \right\} = 350 \frac{1 + \text{cos } 60^\circ}{2} + 465 \frac{1 - \text{cos } 60^\circ}{2} \times 0,3 = 297,4 \text{ W/m}^2$$

$$I_{T(n=60)} = I_{0(h)} + I_{\text{dif}(h)} = 700 + 297,4 = 997,4 \text{ W/m}^2$$

**b) Con cielo nuboso (condiciones medias)**

$$I_{T(n=60^\circ; \tau=0,35)} = I_{T(n=60^\circ)} (0,33 + 0,7 \tau) = 997,4 \{0,33 + (0,7 \times 0,35)\} = 573,5 \text{ W/m}^2$$

$$H_{\text{día}(n=60^\circ; \tau=0,35)} = \frac{2}{15} I_{T(n=60^\circ; \tau=0,35)} N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \times 573,5 \times 9,83 = 3590 \text{ W/m}^2$$

\*\*\*\*\*